

**A prizmától a poliéderig:
térfogatelem modellek alkalmazása a nehézségi erőter
szintetikus számítására az Alpok - Kárpátok - Pannon medence
térképében**

**Benedek Judit, Papp Gábor, Szűcs Eszter,
Kalmár János**

Előadás vázlat

- Poliéder tömegvonzási erőtere
- ALPACA térség kéregszerkezetének 3D modellje
- Gravitációs modellezés
- Poliéder modellek elemszámának optimalizálása

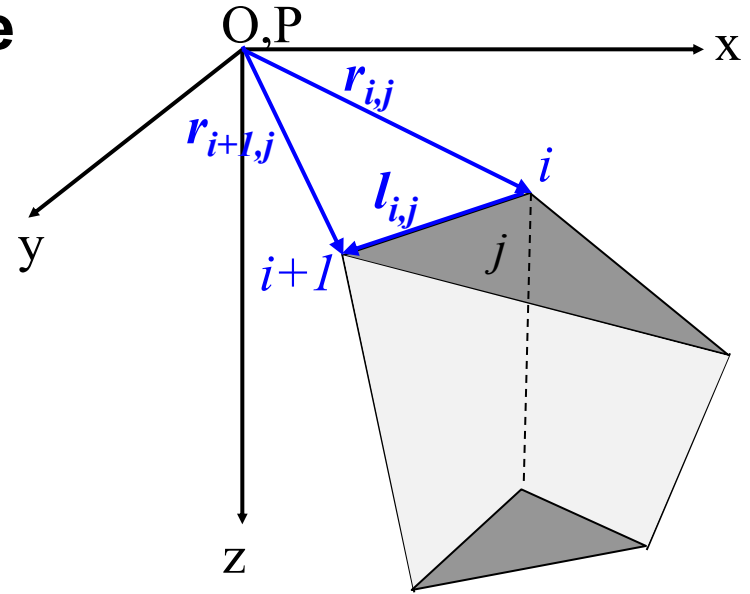
➤ A poliéder tömegvonzási erőtere

- Analitikus képletek

$$U(P) = \frac{G\rho}{2} \sum_{i=1}^n h_i \left(\sum_{j=1}^{l(i)} (h_{ij} C_{ij} - h_i \Omega_{ij}) \right)$$

$$\text{grad}U(P) = -G\rho \sum_{i=1}^n \mathbf{n}_i \left(\sum_{j=1}^{l(i)} (h_{ij} C_{ij} - h_i \Omega_{ij}) \right)$$

$$U_{kl}(P) = G\rho \sum_{i=1}^n n_i e_k \sum_{j=1}^{l(i)} (v_{ij} e_l C_{ij} - n_i e_l \Omega_{ij})$$



$$\mathbf{l}_{ij} = \mathbf{a}_{ij+1} - \mathbf{a}_{ij}, \mathbf{r}_{1ij} = \mathbf{a}_{ij}, \mathbf{r}_{2ij} = \mathbf{a}_{ij+1}$$

$$\boldsymbol{\mu}_{ij} = \frac{\mathbf{l}_{ij}}{\|\mathbf{l}_{ij}\|}, \mathbf{n}_i = \frac{\mathbf{l}_{ij} \times \mathbf{l}_{ij}}{\|\mathbf{l}_{ij} \times \mathbf{l}_{ij}\|}, \mathbf{v}_{ij} = \boldsymbol{\mu}_{ij} \times \mathbf{n}_i,$$

$$l_{1ij} = \mathbf{r}_{1ij} \cdot \boldsymbol{\mu}_{ij}, l_{2ij} = l_{1ij} + l_{ij}, h_{ij} = \mathbf{r}_{1ij} \cdot \mathbf{v}_{ij}, h_i = \mathbf{r}_{1ij} \cdot \mathbf{n}_i$$

$$W_{ij} = \sqrt{h_{ij}^2 + h_i^2}, U_{ij} = \sqrt{l_{1ij}^2 + W_{ij}^2}, T_{ij} = U_{ij} + V_{ij}$$

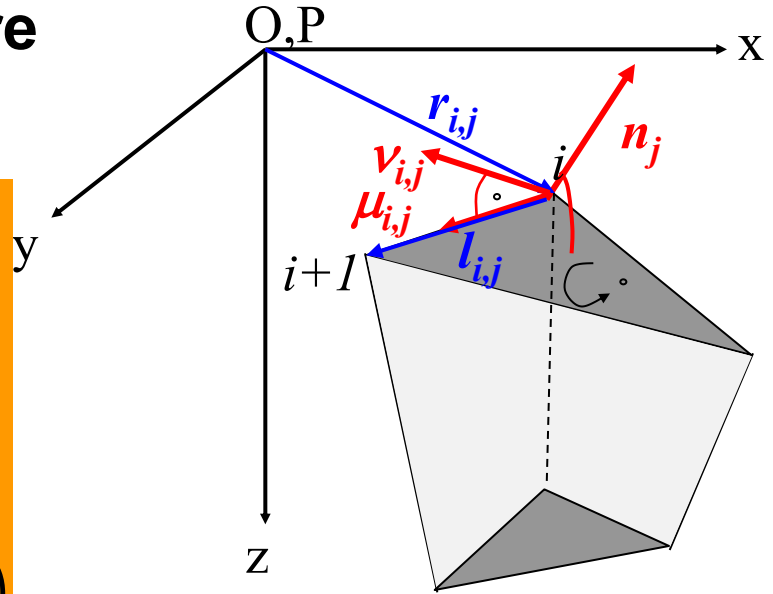
➤ A poliéder tömegvonzási erőtere

- Analitikus képletek

$$U(P) = \frac{G\rho}{2} \sum_{i=1}^n h_i \left(\sum_{j=1}^{l(i)} (h_{ij} C_{ij} - h_i \Omega_{ij}) \right)$$

$$\text{grad}U(P) = -G\rho \sum_{i=1}^n \mathbf{n}_i \left(\sum_{j=1}^{l(i)} (h_{ij} C_{ij} - h_i \Omega_{ij}) \right)$$

$$U_{kl}(P) = G\rho \sum_{i=1}^n n_i e_k \sum_{j=1}^{l(i)} (v_{ij} e_l C_{ij} - n_i e_l \Omega_{ij})$$



$$\mathbf{l}_{ij} = \mathbf{a}_{ij+1} - \mathbf{a}_{ij}, \mathbf{r}_{1ij} = \mathbf{a}_{ij}, \mathbf{r}_{2ij} = \mathbf{a}_{ij+1}$$

$$\mu_{ij} = \frac{\mathbf{l}_{ij}}{\|\mathbf{l}_{ij}\|}, \mathbf{n}_i = \frac{\mathbf{l}_{ij} \times \mathbf{l}_{ij}}{\|\mathbf{l}_{ij} \times \mathbf{l}_{ij}\|}, \mathbf{v}_{ij} = \mu_{ij} \times \mathbf{n}_i,$$

$$l_{1ij} = \mathbf{r}_{1ij} \cdot \mu_{ij}, l_{2ij} = l_{1ij} + l_{ij}, h_{ij} = \mathbf{r}_{1ij} \cdot \mathbf{v}_{ij}, h_i = \mathbf{r}_{1ij} \cdot \mathbf{n}_i$$

$$W_{ij} = \sqrt{h_{ij}^2 + h_i^2}, U_{ij} = \sqrt{l_{1ij}^2 + W_{ij}^2}, T_{ij} = U_{ij} + V_{ij}$$

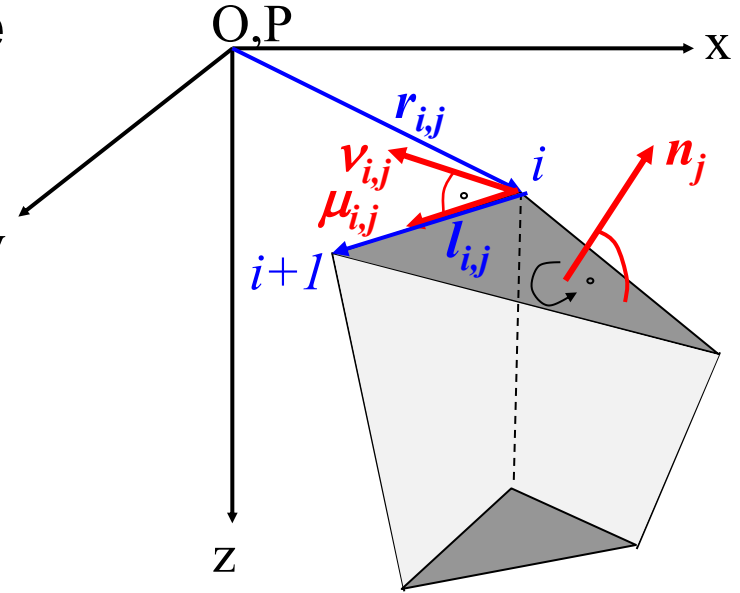
➤ A poliéder tömegvonzási erőtere

- Analitikus képletek

$$U(P) = \frac{G\rho}{2} \sum_{i=1}^n h_i \left(\sum_{j=1}^{l(i)} (h_{ij} C_{ij} - h_i \Omega_{ij}) \right)$$

$$\text{grad}U(P) = -G\rho \sum_{i=1}^n \mathbf{n}_i \left(\sum_{j=1}^{l(i)} (h_{ij} C_{ij} - h_i \Omega_{ij}) \right)$$

$$U_{kl}(P) = G\rho \sum_{i=1}^n n_i e_k \sum_{j=1}^{l(i)} (v_{ij} e_l C_{ij} - n_i e_l \Omega_{ij})$$



$$\mathbf{l}_{ij} = \mathbf{a}_{ij+1} - \mathbf{a}_{ij}, \mathbf{r}_{1ij} = \mathbf{a}_{ij}, \mathbf{r}_{2ij} = \mathbf{a}_{ij+1}$$

$$C_{ij} = C_{ij}(l_{1ij}, l_{2ij}, h_{ij}, h_i) = \text{sign}(l_{2ij}) \cdot \ln \left(\frac{V_{ij} + |l_{2ij}|}{W_{ij}} \right) - \text{sign}(l_{1ij}) \cdot \ln \left(\frac{U_{ij} + |l_{1ij}|}{W_{ij}} \right)$$

$$\boldsymbol{\mu}_{ij} = \frac{\mathbf{l}_{ij}}{\|\mathbf{l}_{ij}\|}, \mathbf{n}_i = \frac{\mathbf{l}_{ij} \times \mathbf{l}_{ij}}{\|\mathbf{l}_{ij} \times \mathbf{l}_{ij}\|}, \mathbf{v}_{ij} = \boldsymbol{\mu}_{ij} \times \mathbf{n}_i,$$

$$\Omega_{ij} = \Omega_{ij}(l_{1ij}, l_{2ij}, h_{ij}, h_i) = 2 \text{sign}(h_i) \tan^{-1} \frac{2h_{ij}l_{ij}}{(T_{ij} + l_{ij}) \cdot |T_{ij} - l_{ij}| + 2T_{ij}|h_i|}$$

$$l_{1ij} = \mathbf{r}_{1ij} \cdot \boldsymbol{\mu}_{ij}, l_{2ij} = l_{1ij} + l_{ij}, h_{ij} = \mathbf{r}_{1ij} \cdot \mathbf{v}_{ij}, h_i = \mathbf{r}_{1ij} \cdot \mathbf{n}_i$$

$$W_{ij} = \sqrt{h_{ij}^2 + h_i^2}, U_{ij} = \sqrt{l_{1ij}^2 + W_{ij}^2}, T_{ij} = U_{ij} + V_{ij}$$

➤ **ALPACA térség kéregszerkezetének 3D modellje**

• **derékszögű hasáb térfogatelemek**

• **poliéder térfogatelemek**

➤ALPACA térség kéregszerkezetének 3D modellje

- derékszögű hasáb térfogatelemek

sík közelítés  korlátozott kiterjedésben használható

$P(x,y,H)$

➤ALPACA térség kéregszerkezetének 3D modellje

- derékszögű hasáb térfogatelemek

sík közelítés  korlátozott kiterjedésben használható

$$P(x,y,H)$$

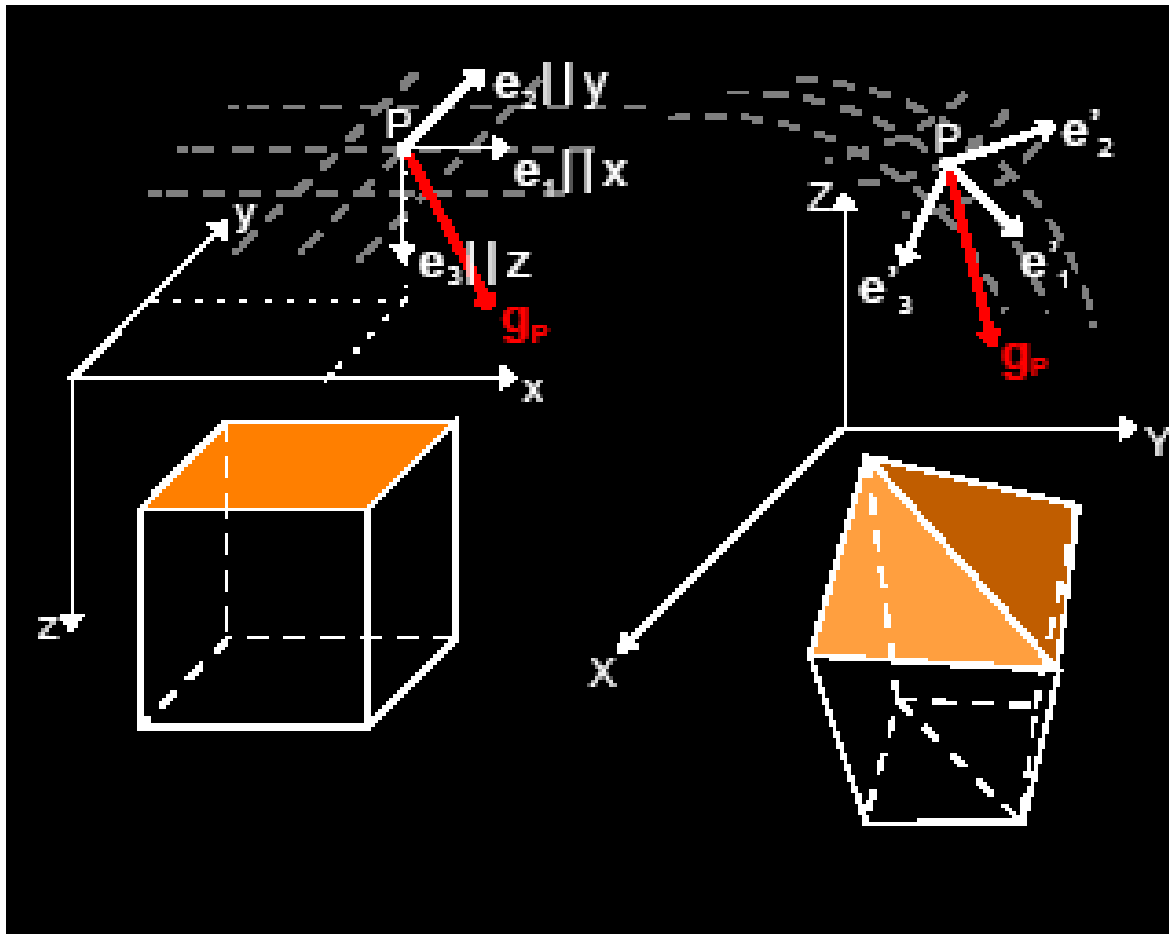
- poliéder térfogatelemek

görbület követése
globális rendszer

$$P(X,Y,Z)$$

 globális számítások

➤ALPACA térség kéregszerkezetének 3D modellje



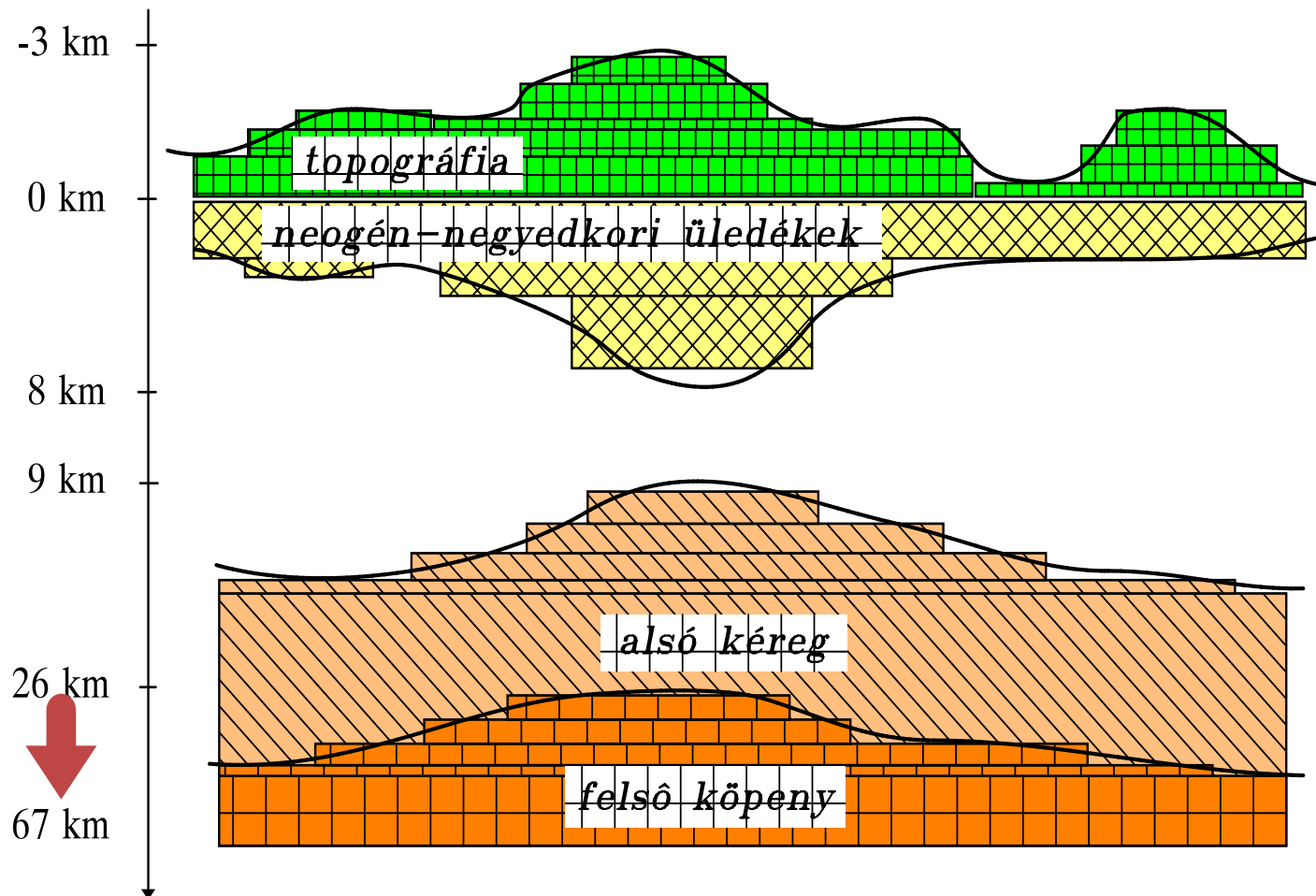
➤ALPACA térség kéregszerkezetének 3D modellje

- derékszögű hasáb térfogatelemek

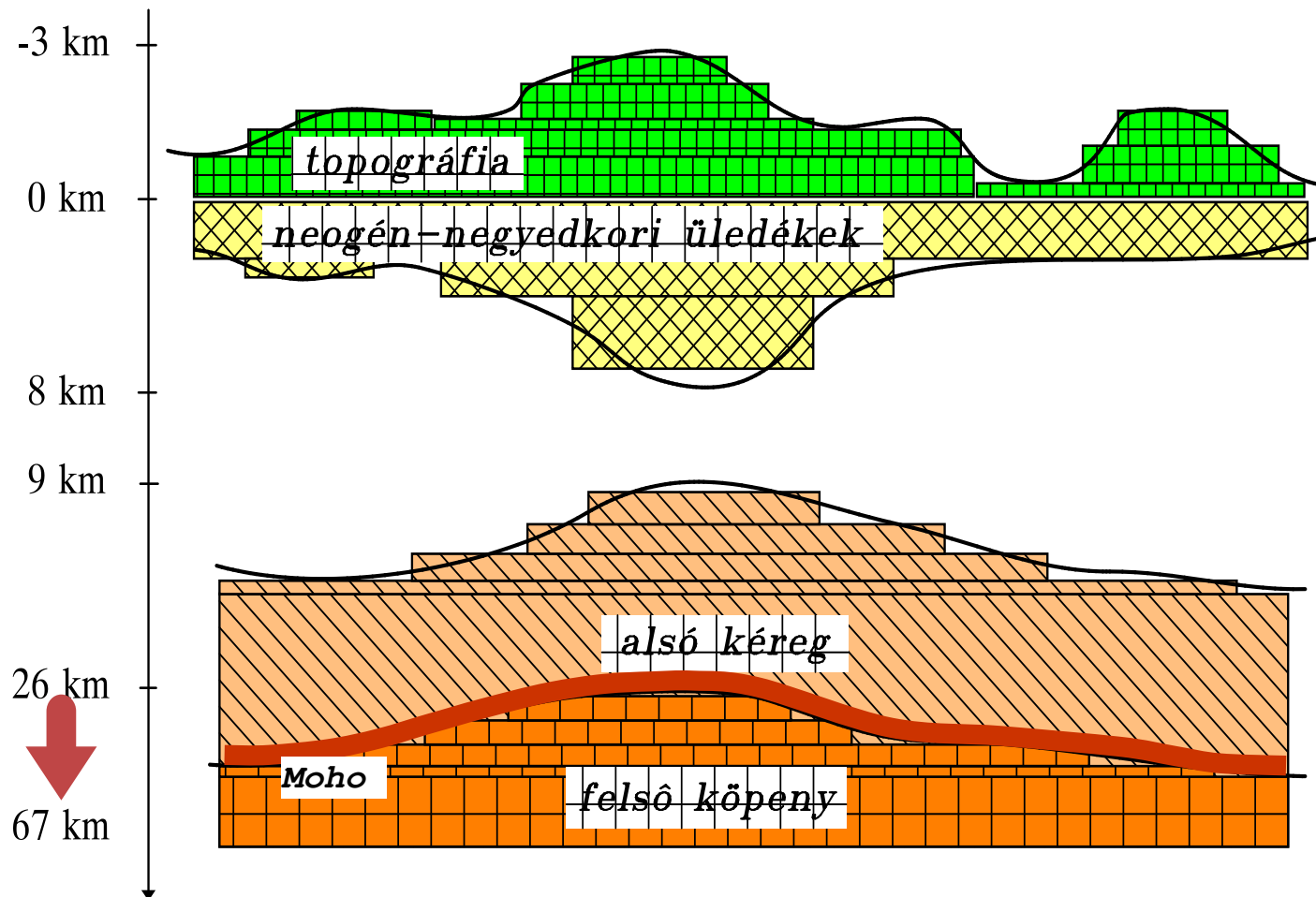
$$t_{\text{poliéder}} \cong 1.5 \cdot t_{\text{derékszögű hasáb}}$$

- poliéder térfogatelemek

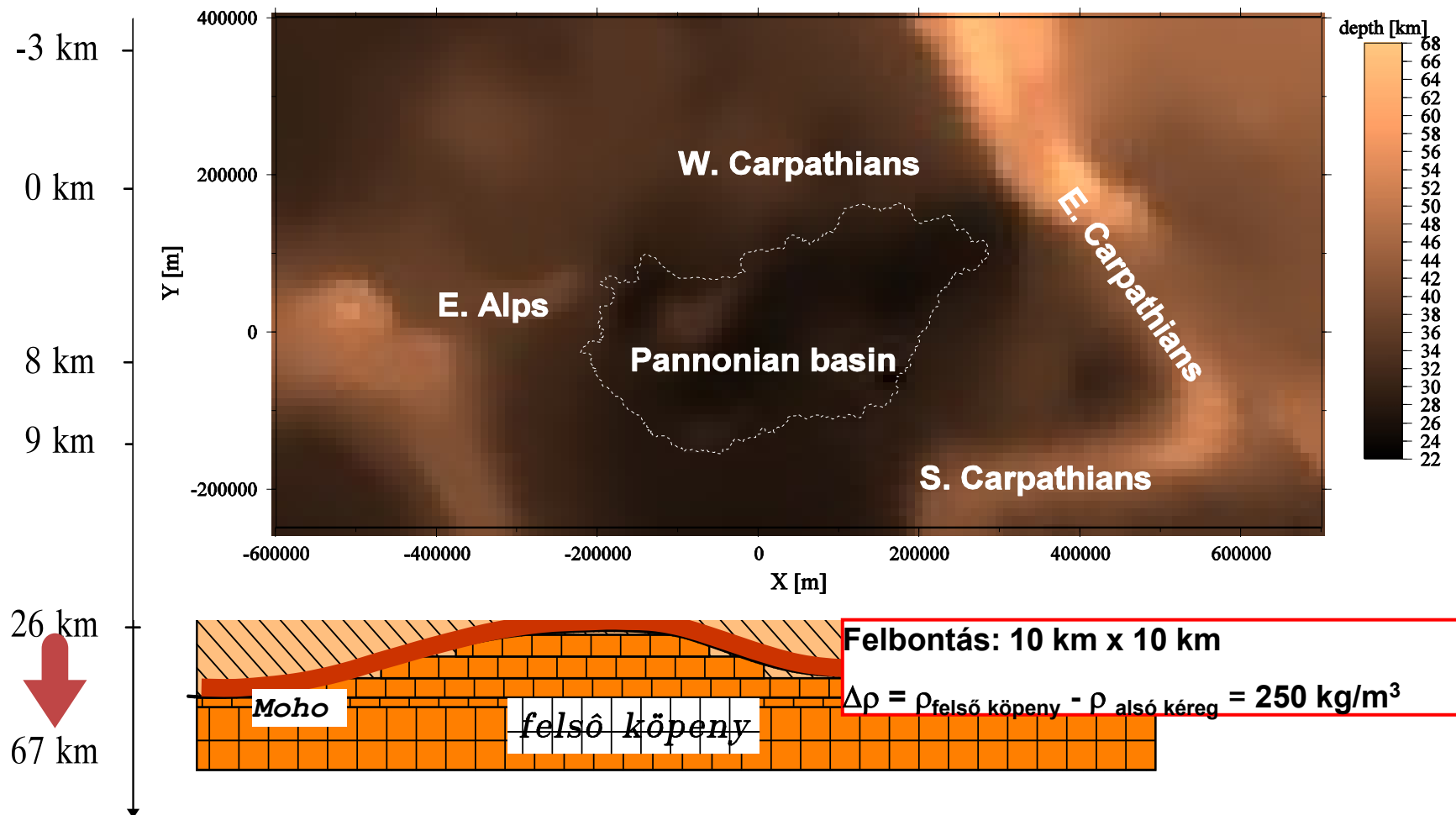
➤ALPACA térség kéregszerkezetének 3D modellje



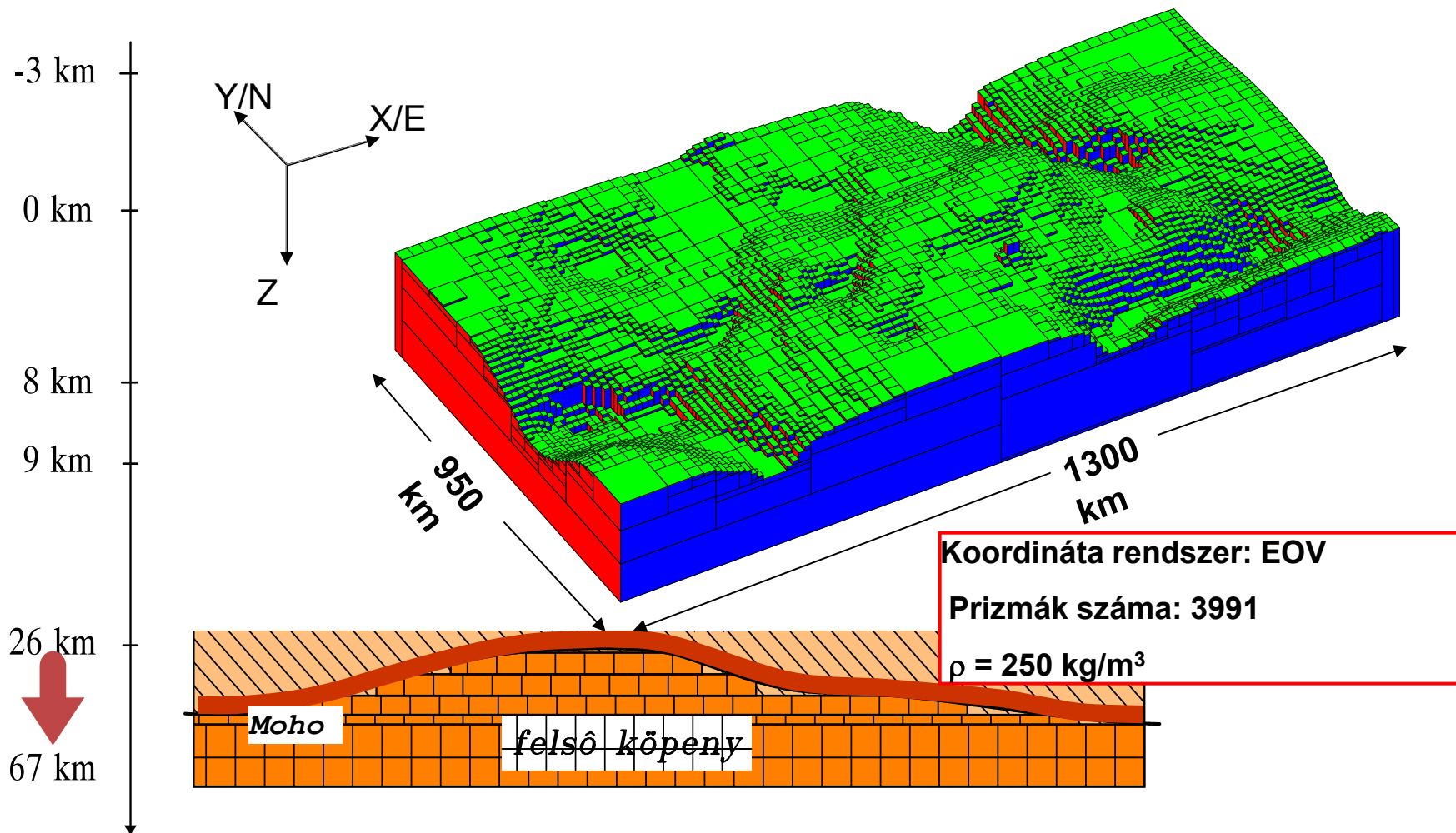
➤ALPACA térség kéregszerkezetének 3D modellje



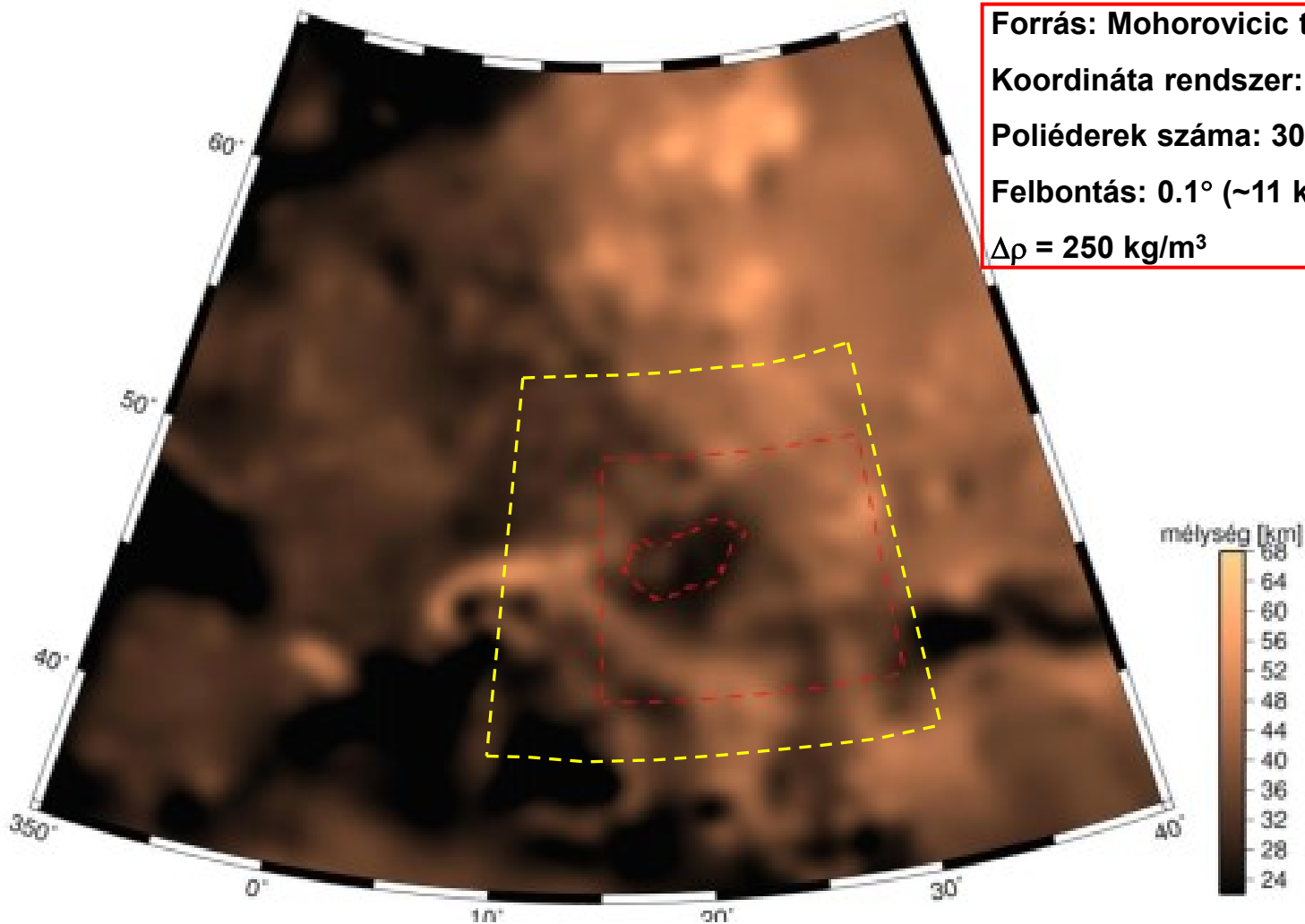
➤ALPACA térség kéregszerkezetének 3D modellje



➤ALPACA térség kéregszerkezetének 3D modellje



➤ALPACA térség kéregszerkezetének 3D modellje



Forrás: Mohorovicic térkép (Grand et al. 2009)

Koordináta rendszer: geocentrikus

Poliéderek száma: 30200

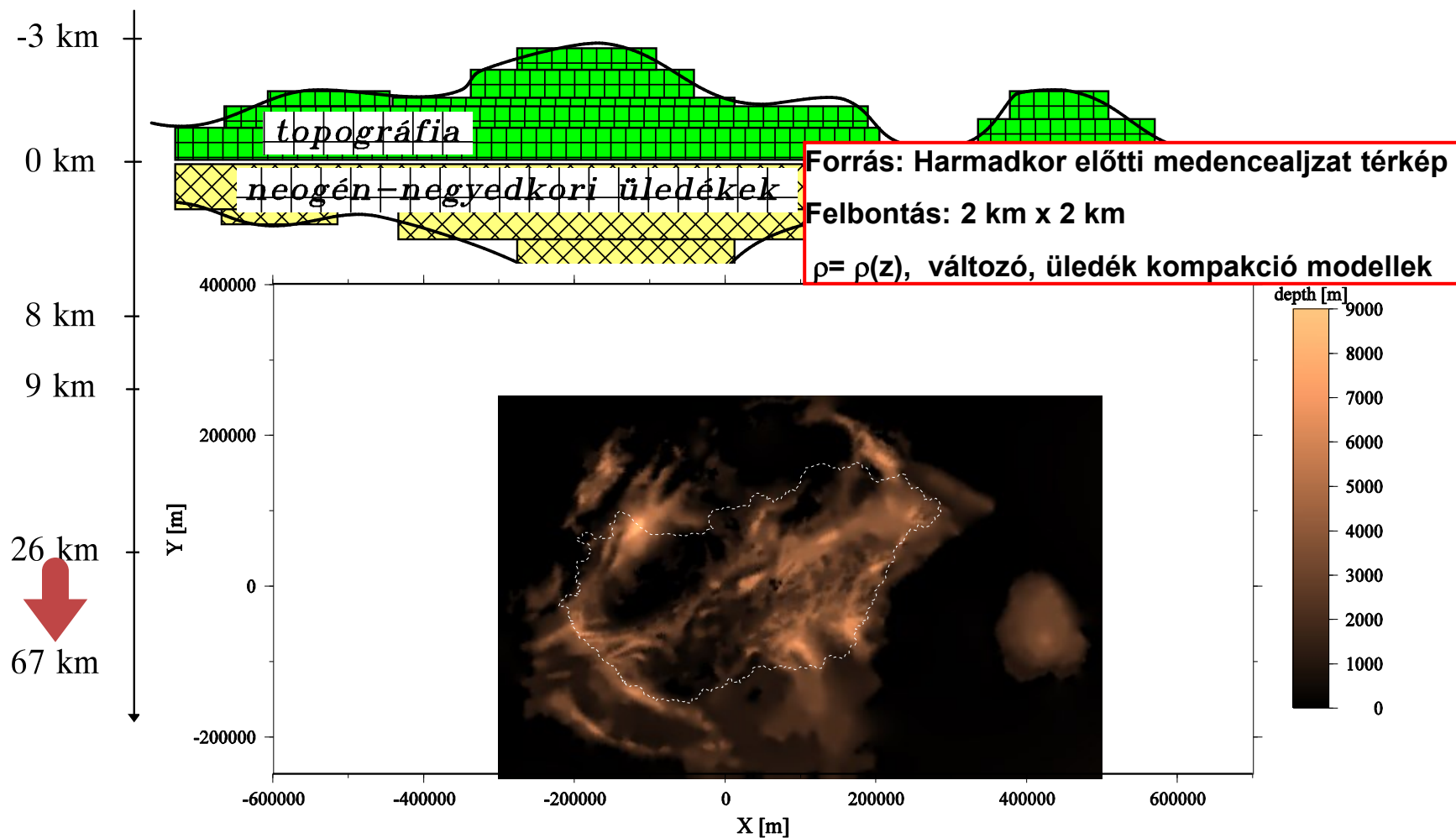
Felbontás: 0.1° (~ 11 km)

$\Delta\rho = 250$ kg/m³

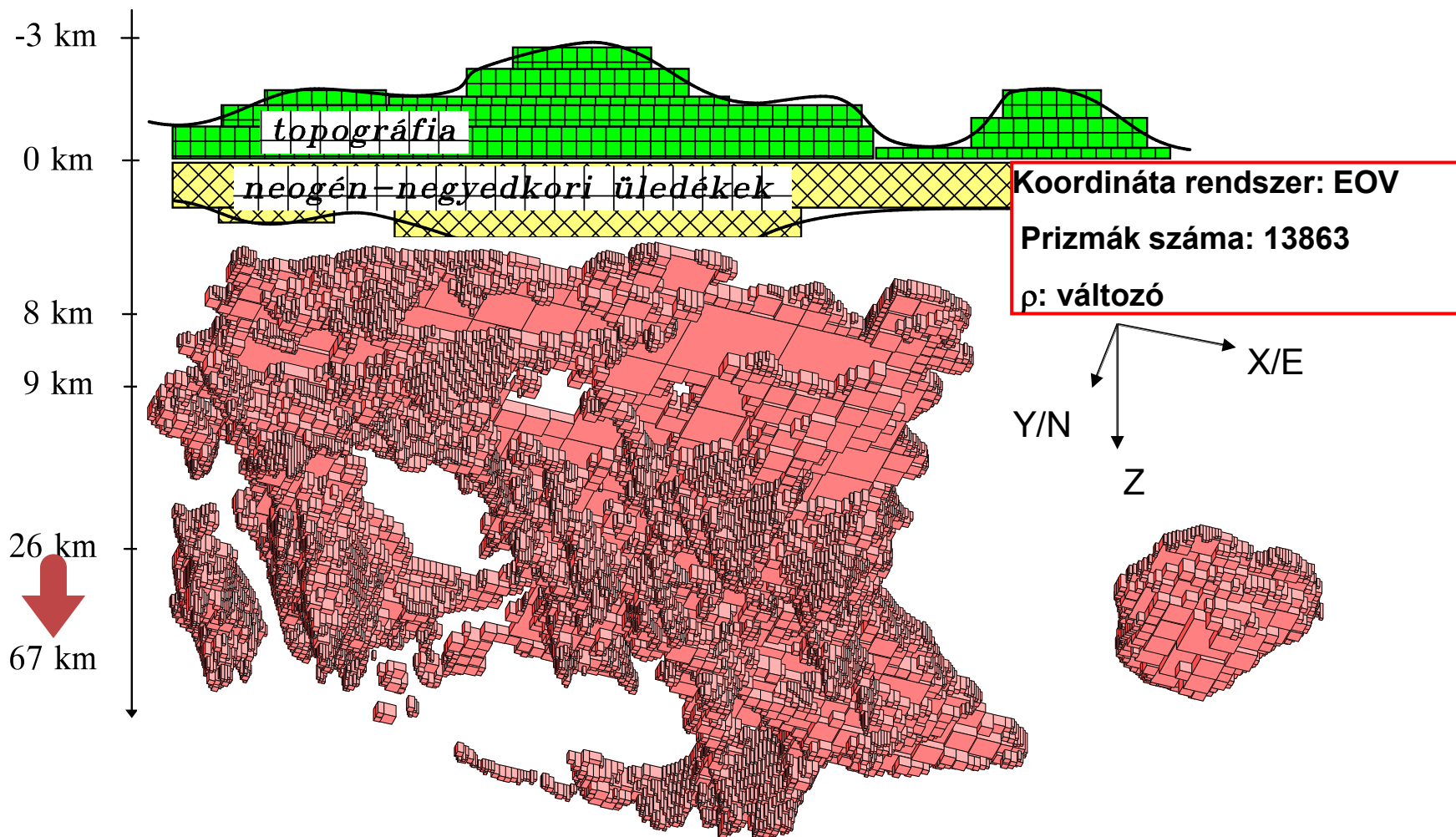
mélység [km]



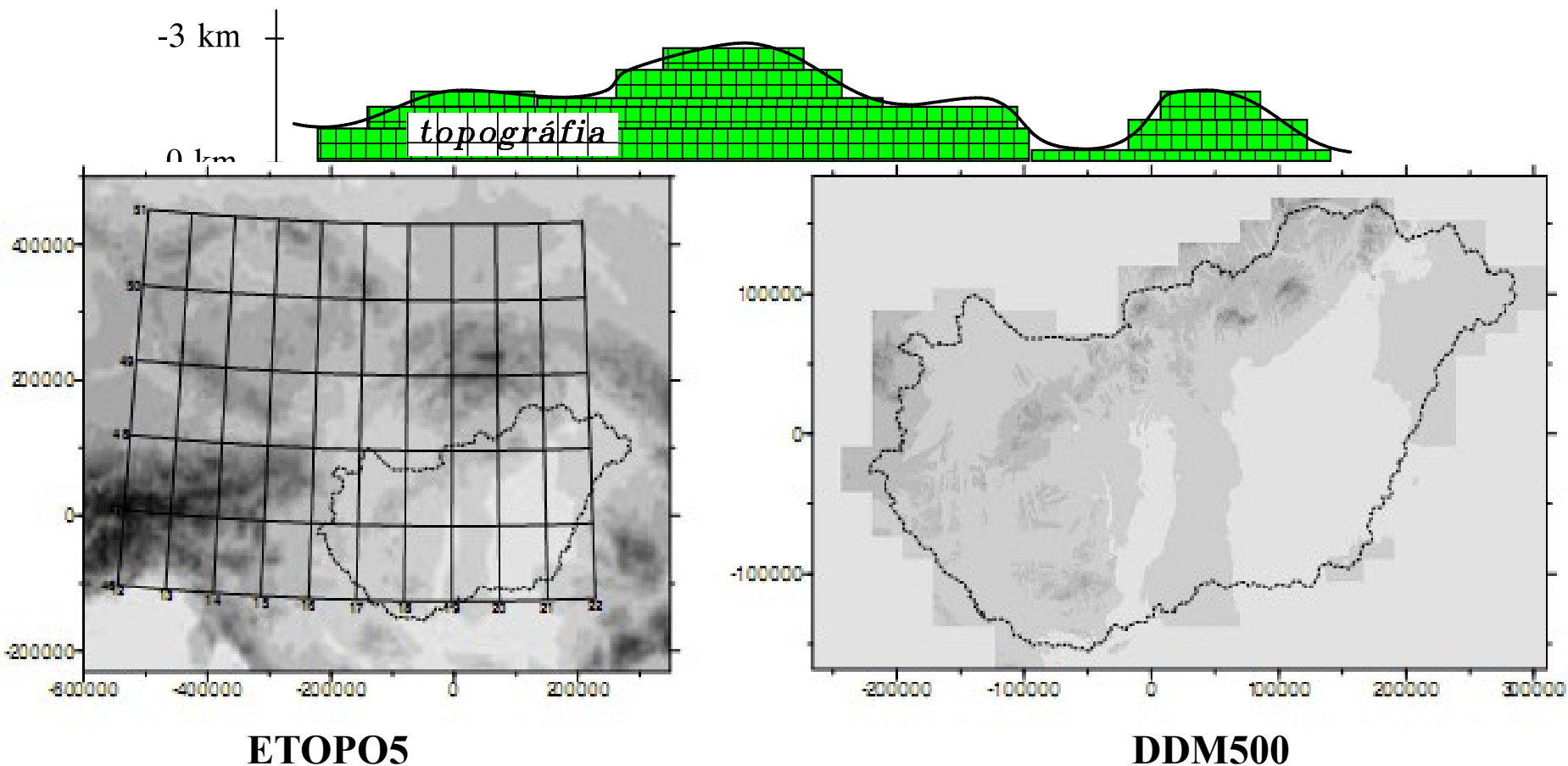
➤ALPACA térség kéregszerkezetének 3D modellje



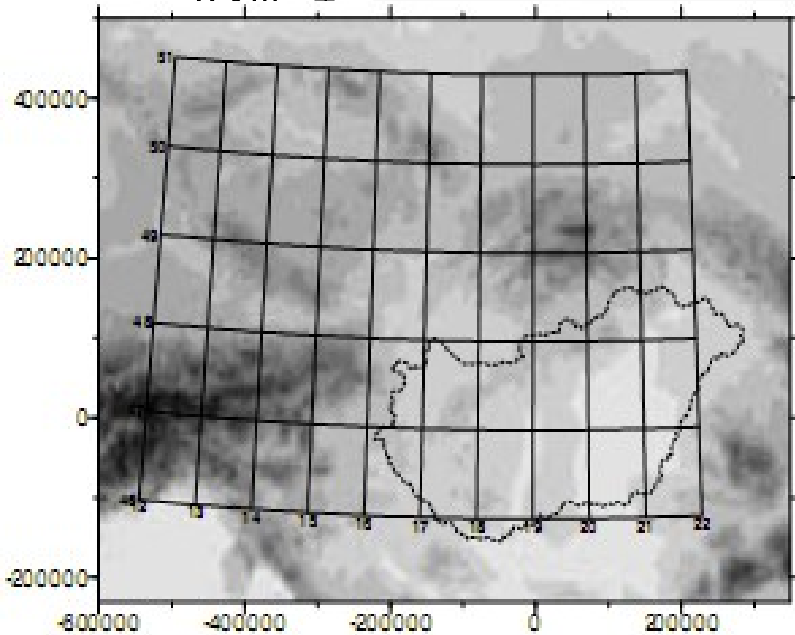
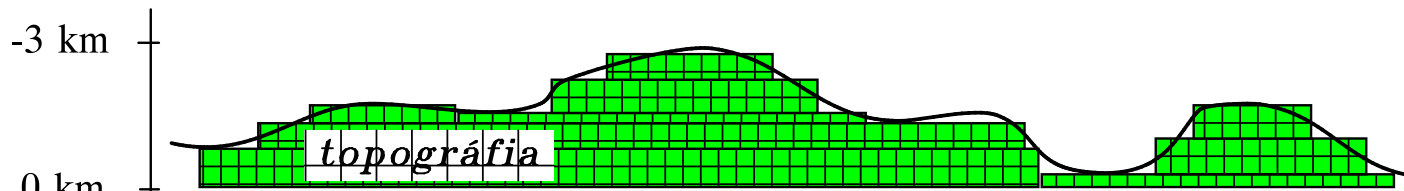
ALPACA térség kéregszerkezetének 3D modellje



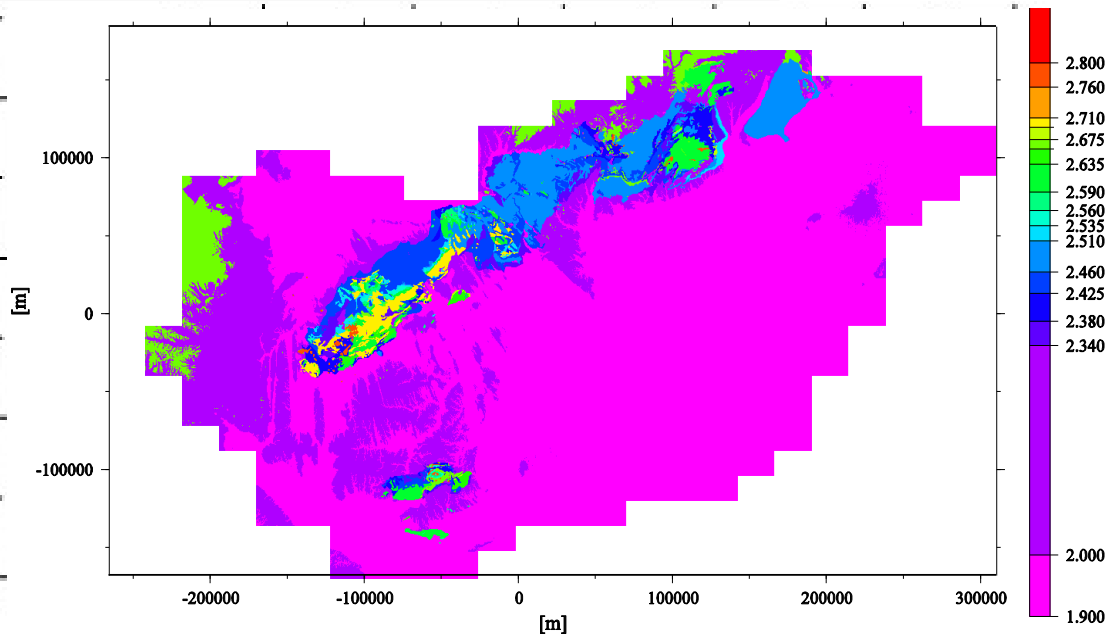
➤ALPACA térség kéregszerkezetének 3D modellje



➤ALPACA térség kéregszerkezetének 3D modellje

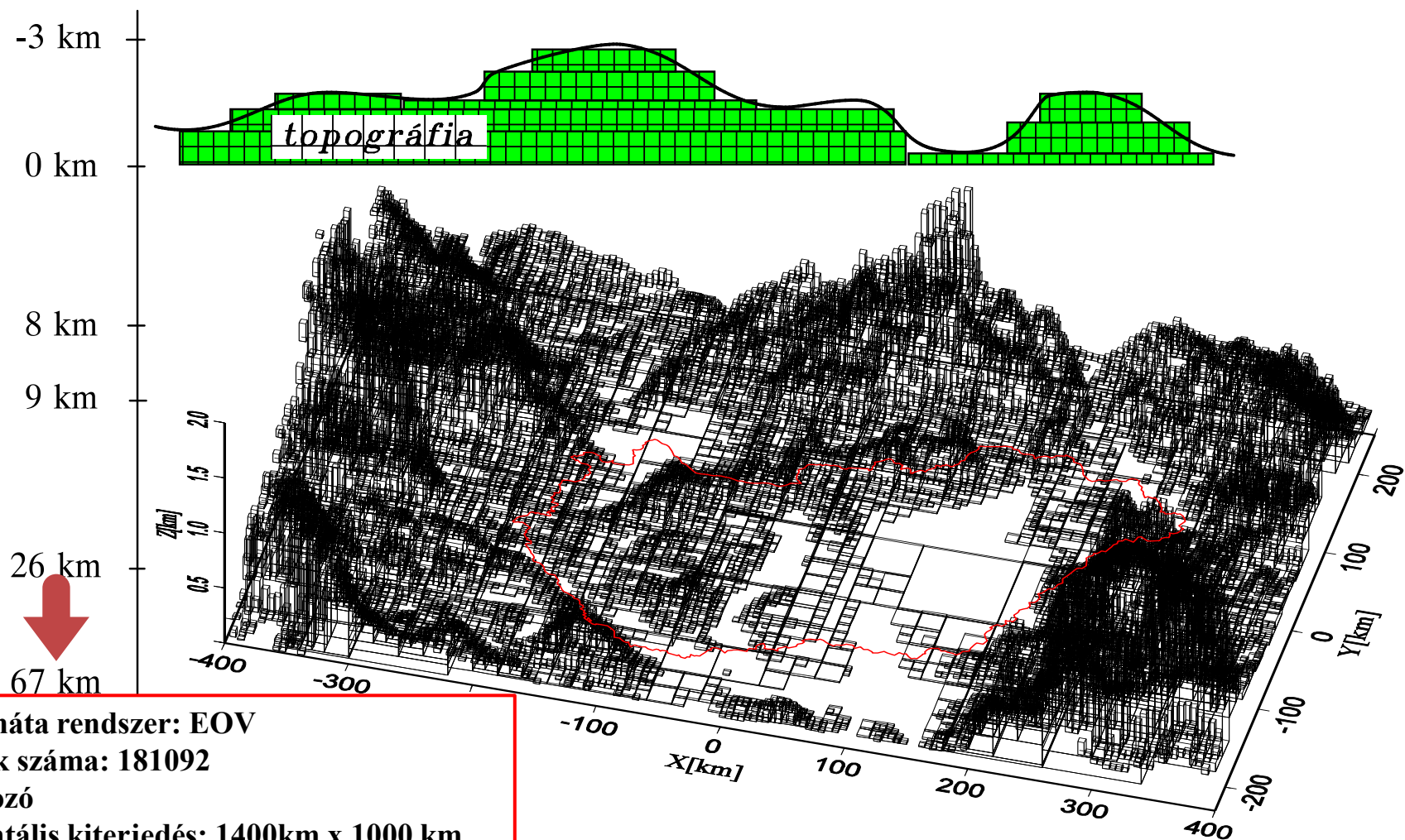


ETOPO5

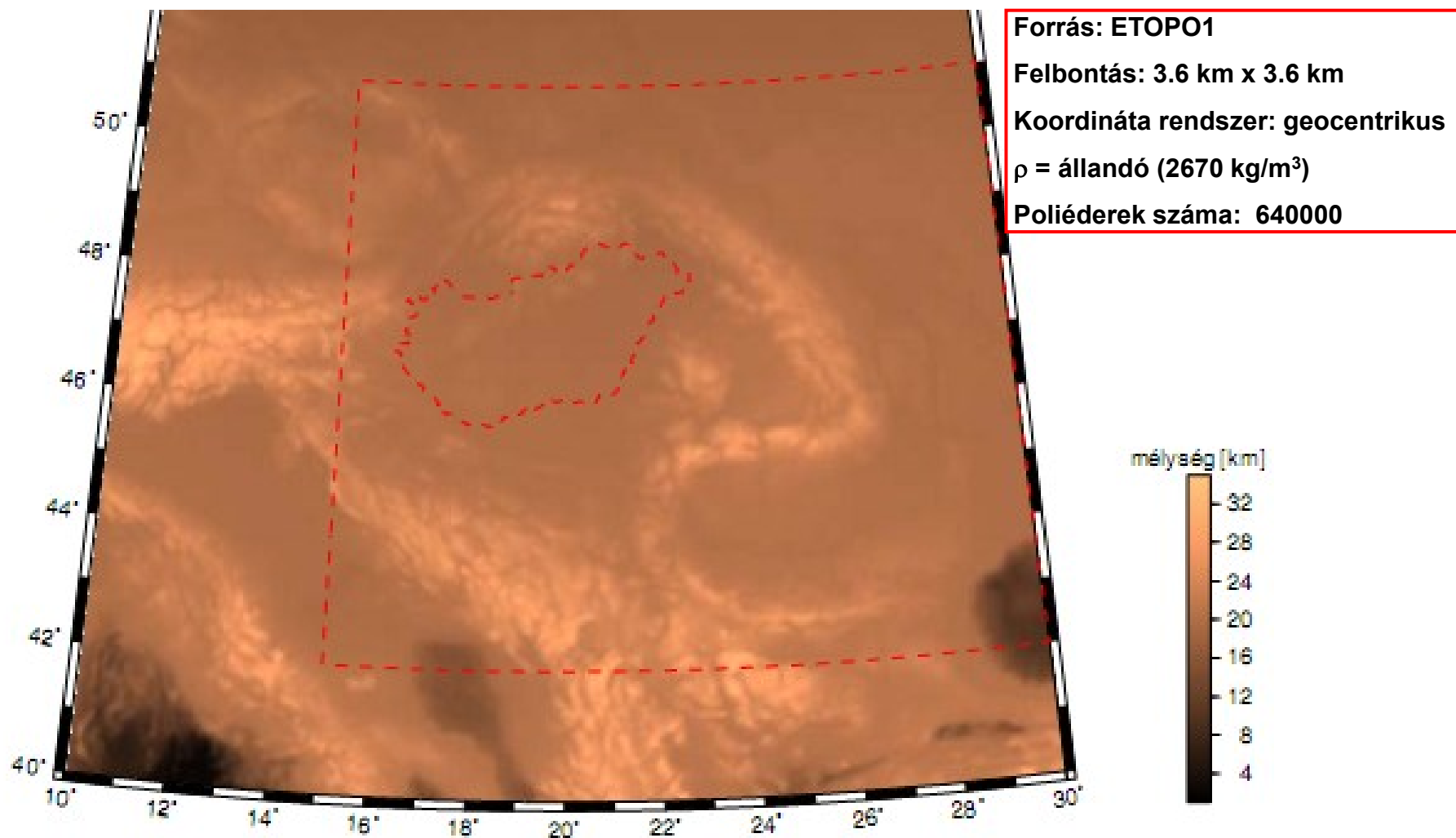


Horizontális sűrűségeloszlás modell

ALPACA térség kéregszerkezetének 3D modellje



ALPACA térség kéregszerkezetének 3D modellje



➤ Gravitációs modellezés

- SRTM modell pontosságának vizsgálata geodéziai számítások tükrében
 - teszterület Ófalu (h. k. : 6 km x 5 km, felbontás: 10 m x 10 m)
 - korszerű/nagy felbontású globális modellek: pl. **SRTM (3" x 3")**
 - globális modellek előnyei:
 - nagy felbontás
 - ingyenes hozzáférés
 - homogén adatsor
 - közel globális kiterjedésű adatok

Domborzat modell (DDM)

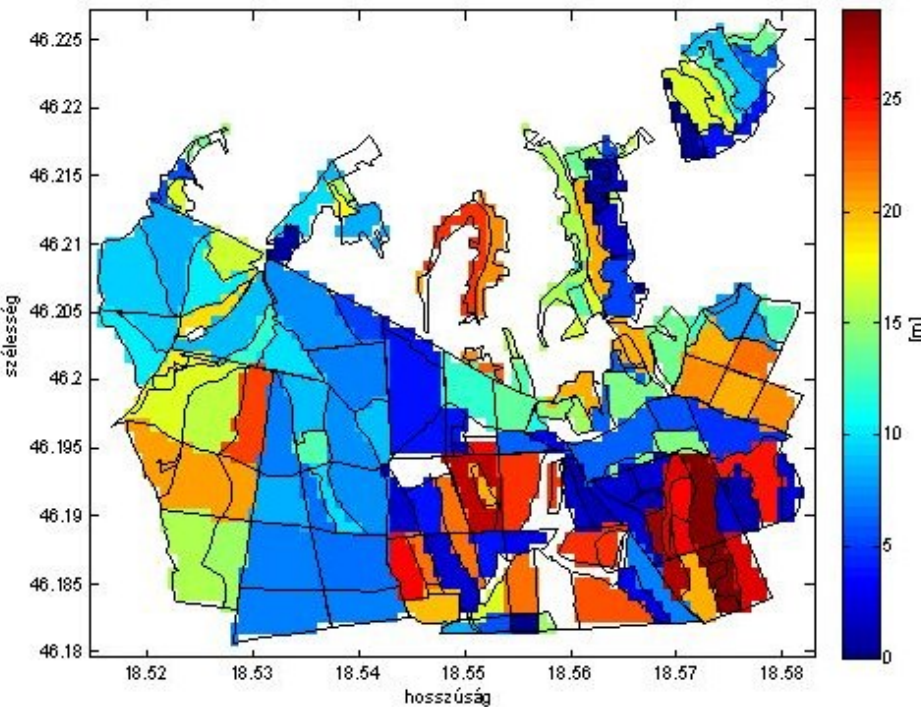
?

Felület modell (DFM)

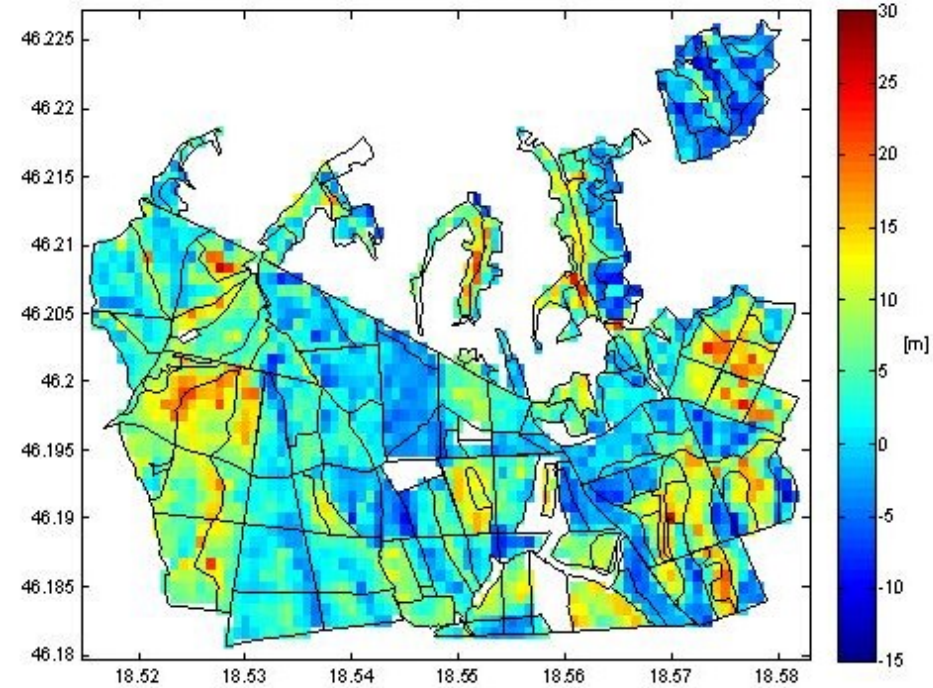
➤ Gravitációs modellezés

- SRTM modell pontosságának vizsgálata geodéziai számítások tükrében
- teszterület Ófalu

Erdőmagasság adatok az ófalu területen

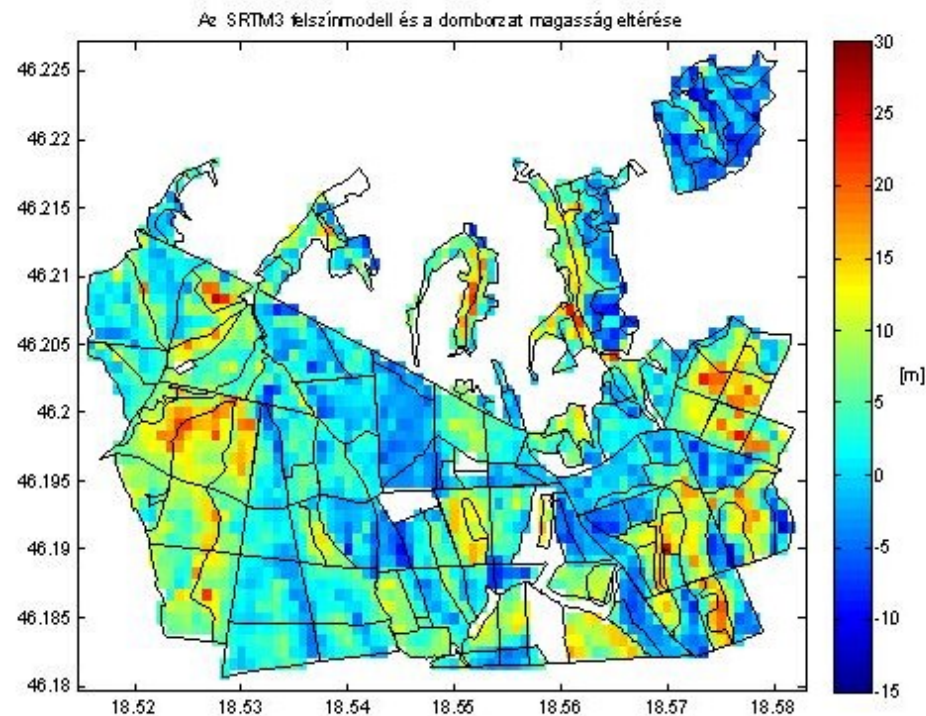
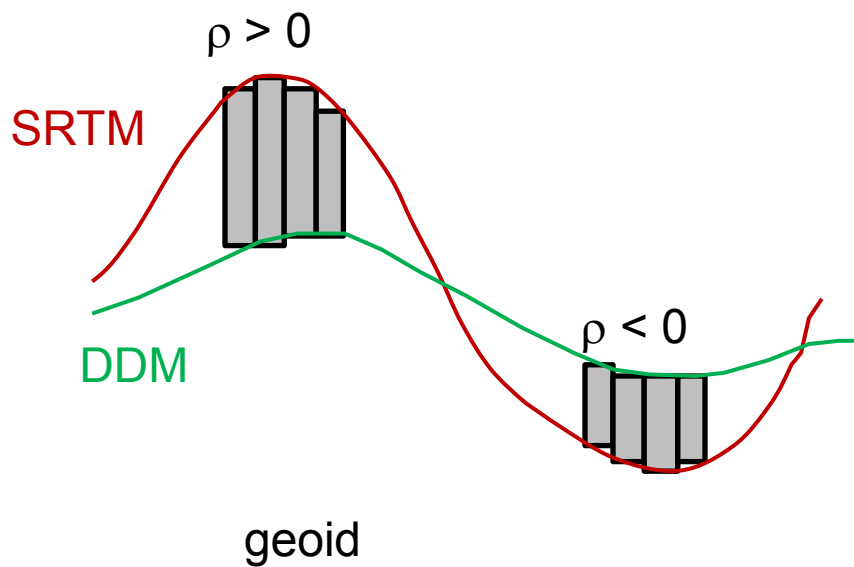


Az SRTM3 felszínmodell és a domborzat magasság eltérése



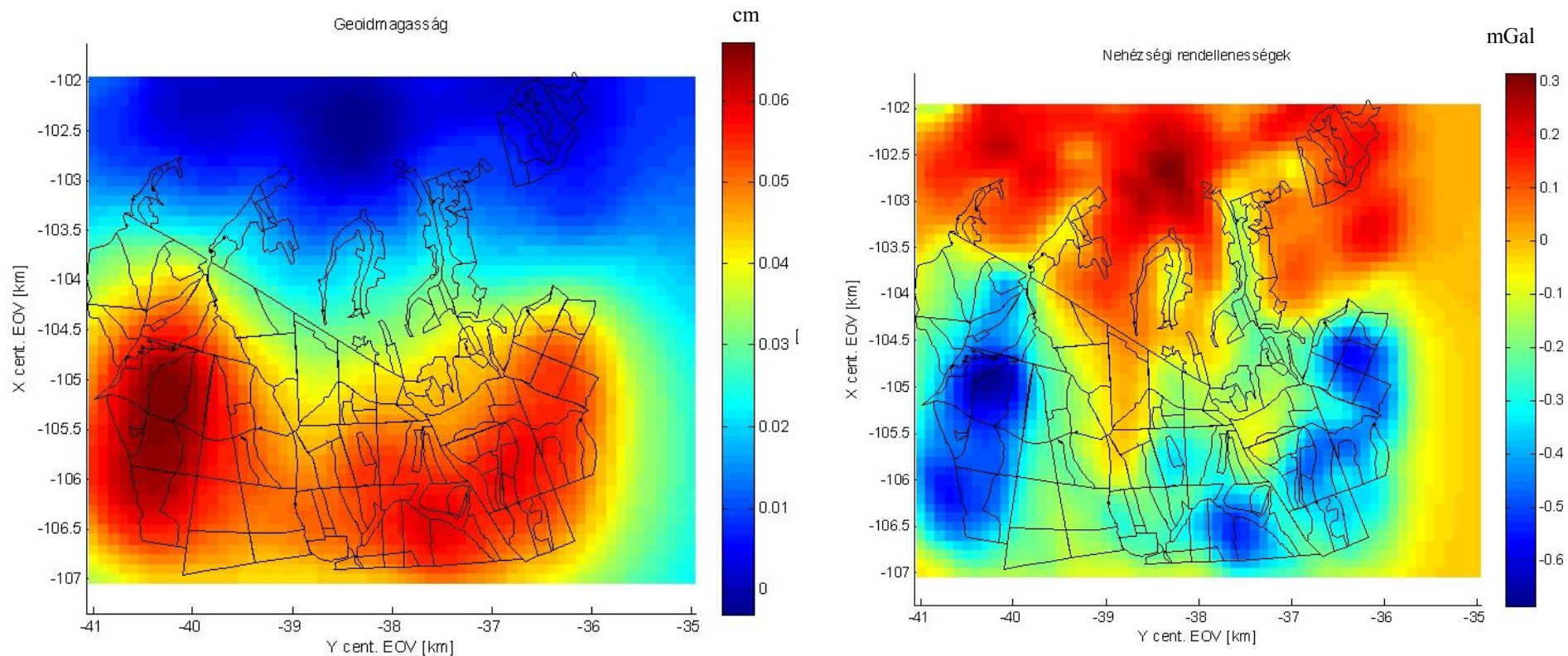
➤ Gravitációs modellezés

- SRTM modell pontosságának vizsgálata geodéziai számítások tükrében
- teszterület Ófalu



➤ Gravitációs modellezés

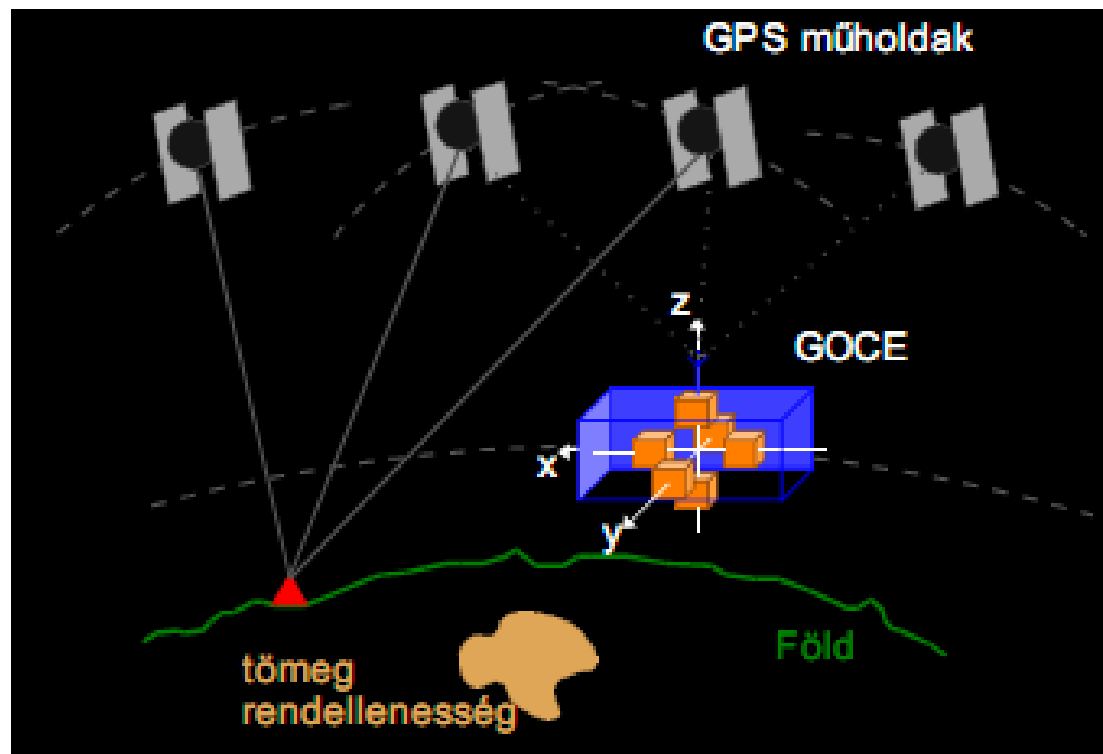
- SRTM modell pontosságának vizsgálata geodéziai számítások tükrében
- teszterület Ófalu



➤ Gravitációs modellezés

- Erőtér szimuláció a GOCE (Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer) gradiométer műhold fedélzeti adatainak inverziójához

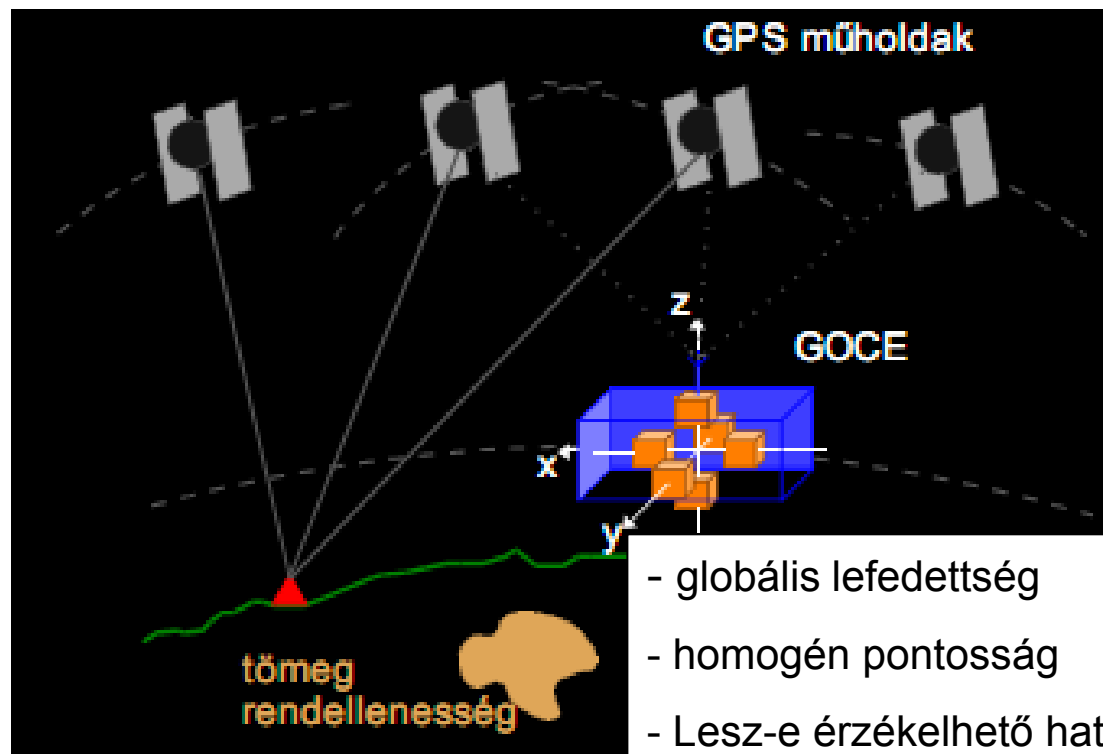
3 pár gyorsulásmérőből álló fedélzeti gradiométer



➤ Gravitációs modellezés

- Erőtér szimuláció a GOCE (Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer) gradiométer műhold fedélzeti adatainak inverziójához

3 pár gyorsulásmérőből álló fedélzeti gradiométer

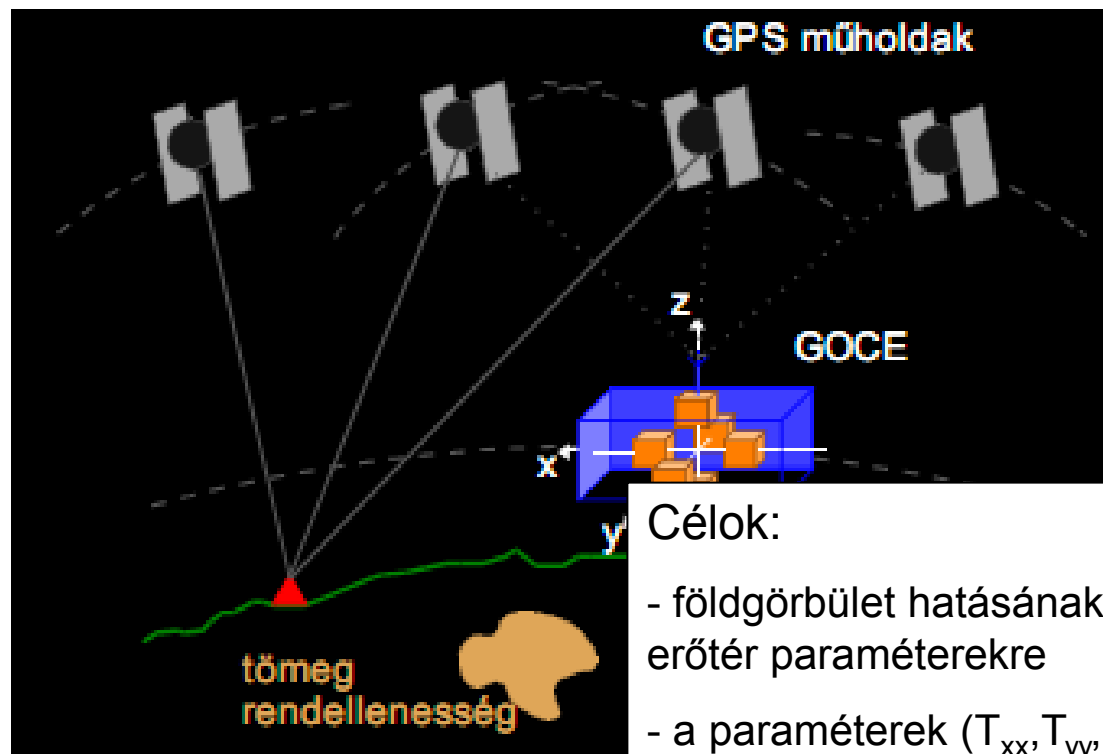


- globális lefedettség
- homogén pontosság
- Lesz-e érzékelhető hatása az ALPACA térség kéregszerkezeti egységeinek?

➤ Gravitációs modellezés

- Erőtér szimuláció a GOCE (Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer) gradiométer műhold fedélzeti adatainak inverziójához

3 pár gyorsulásmérőből álló fedélzeti gradiométer



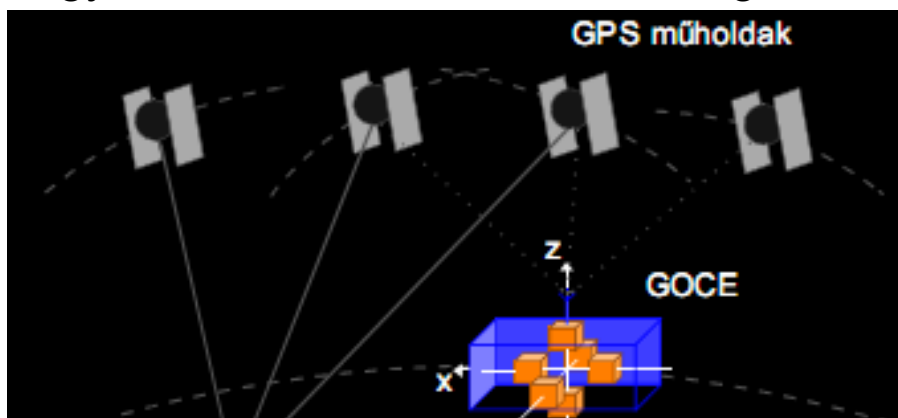
Célok:

- földgömbület hatásának vizsgálata a szimulált erőtér paraméterekre
- a paraméterek ($T_{xx}, T_{yy}, T_{zz}, \dots$) nagyságrendjének megállapítása)

➤ Gravitációs modellezés

- Erőtér szimuláció a GOCE (Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer) gradiométer műhold fedélzeti adatainak inverziójához

3 pár gyorsulásmérőből álló fedélzeti gradiométer



- teszterület: Alpok – Pannon-medence – Kárpátok

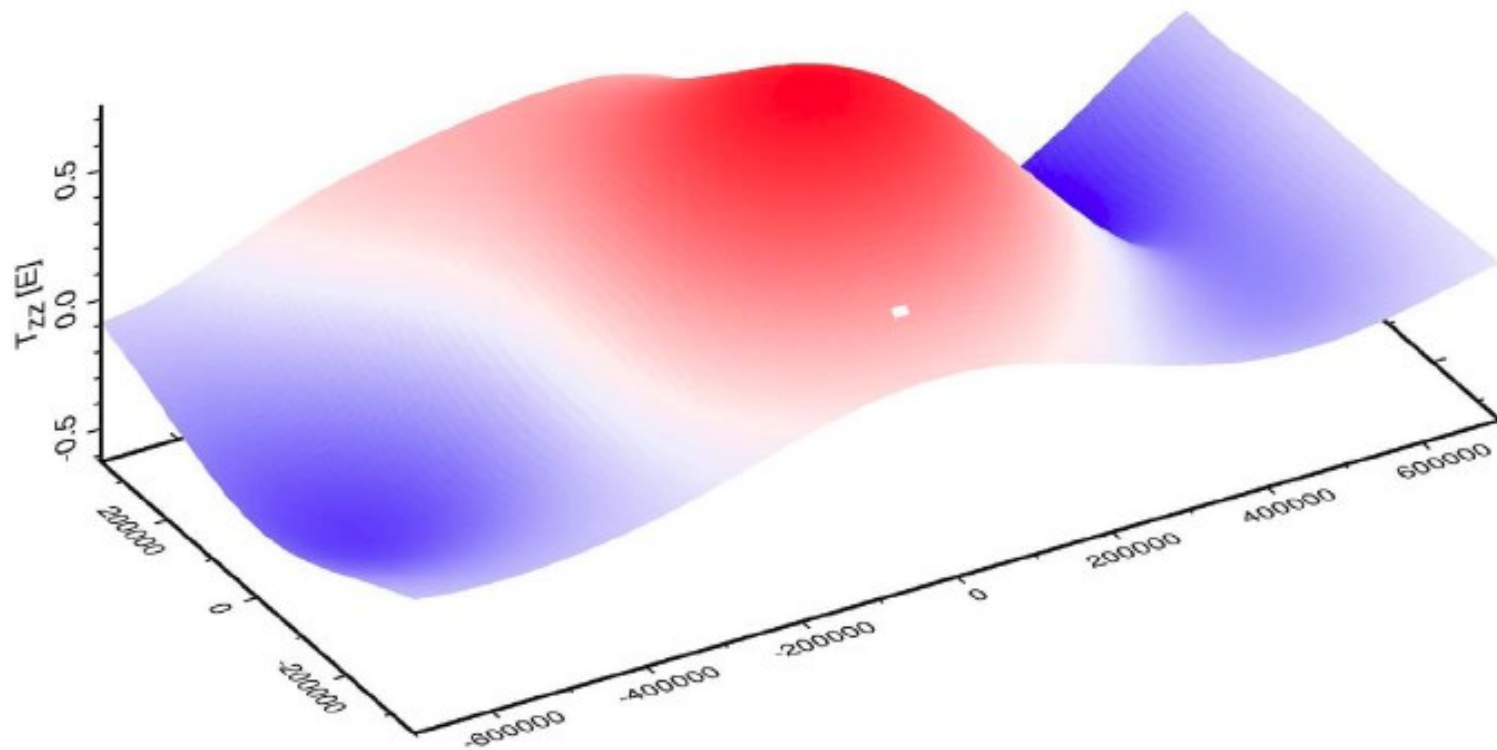
-szimulált paraméterek: T potenciálzavar teljes Eötvös-tenzora

$$\begin{pmatrix} T_{xx} & T_{xy} & T_{xz} \\ & T_{yx} & T_{yz} \\ & & T_{zz} \end{pmatrix}$$

➤ Gravitációs modellezés

- Erőtér szimuláció a GOCE (Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer) gradiométer műhold fedélzeti adatainak inverziójához

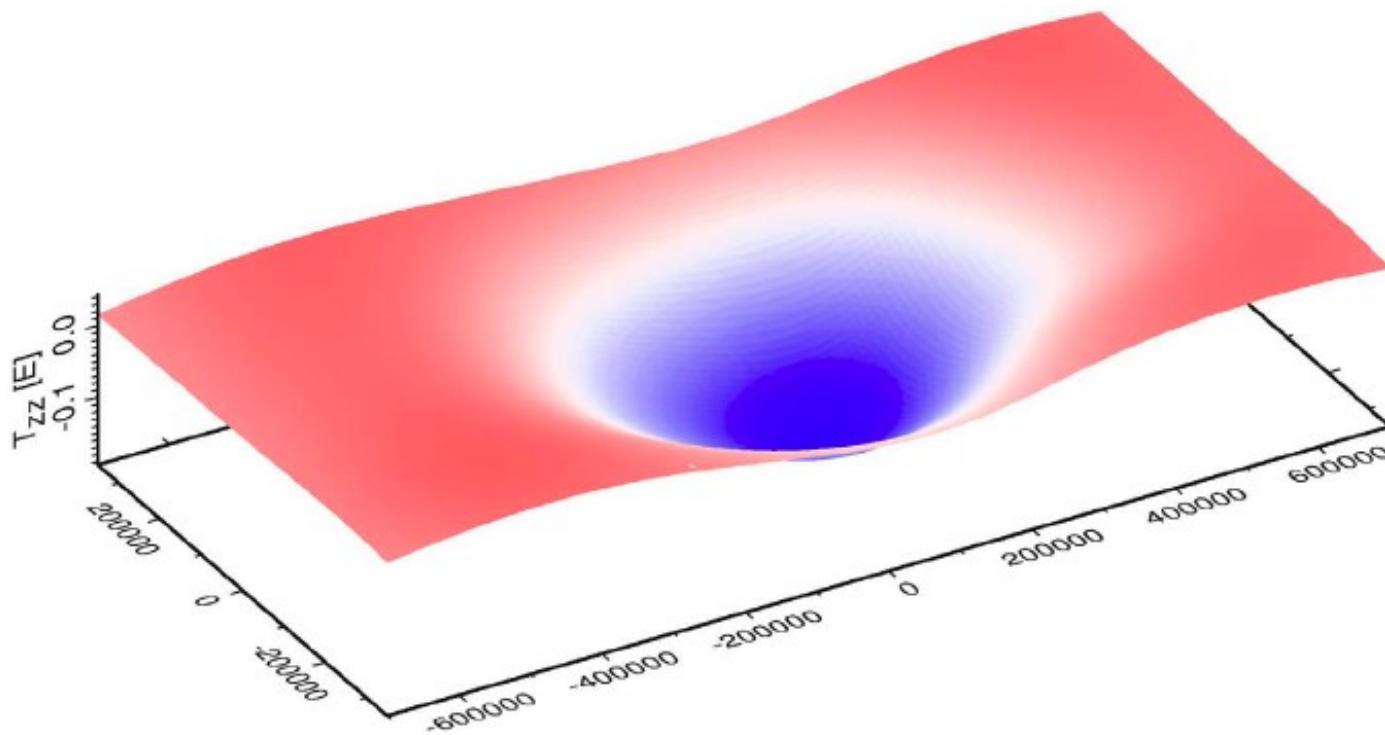
A felső köpeny (Moho felület) helyi hozzájárulása az Eötvös-tenzor T_{zz} eleméhez.
Térfogatelem: prizma.



✧ Gravitációs modellezés

- Erőtér szimuláció a GOCE (Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer) gradiométer műhold fedélzeti adatainak inverziójához

A neogén-negyedkori üledékösszlet helyi hozzájárulása az Eötvös-tenzor T_{zz} eleméhez.
Térfogatelem: prizma

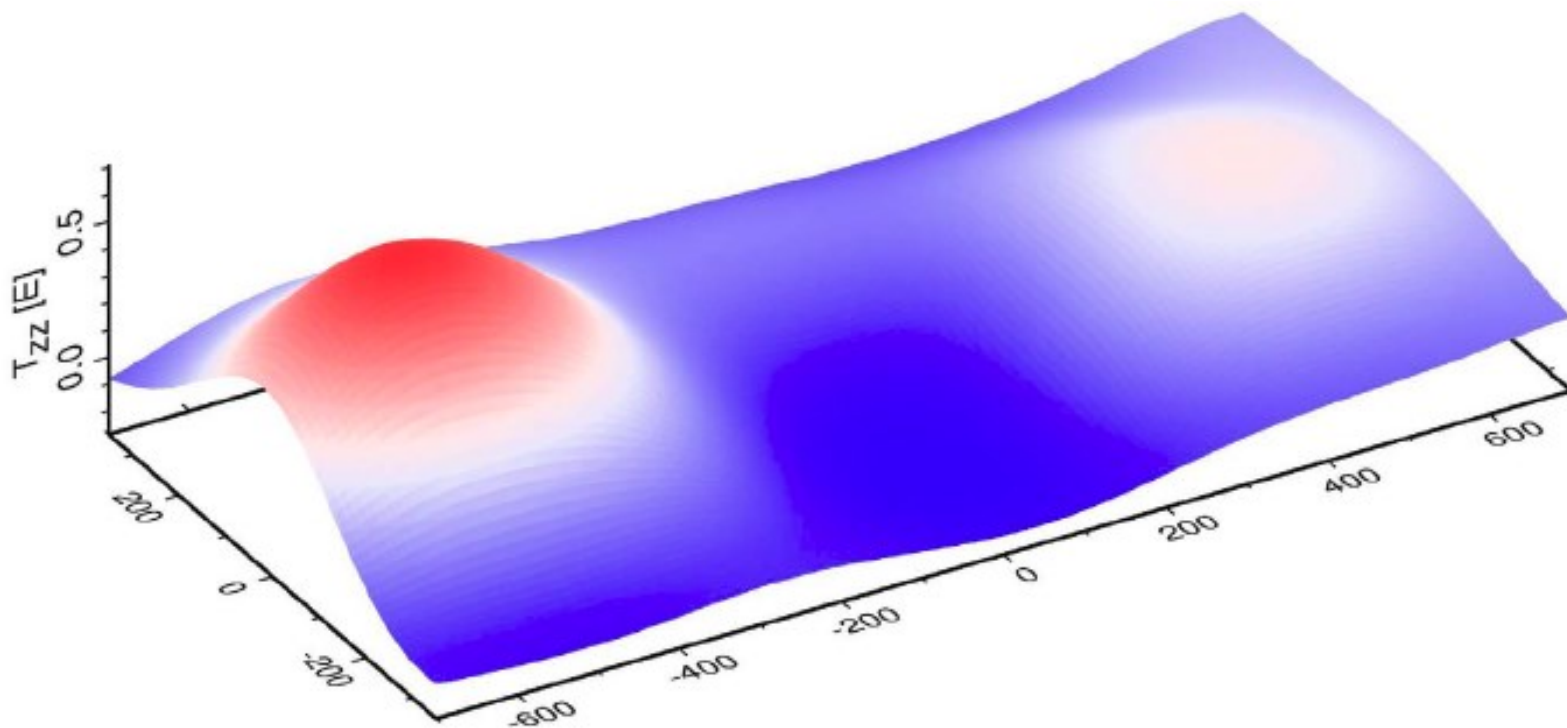


➤ Gravitációs modellezés

- Erőtér szimuláció a GOCE (Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer) gradiométer műhold fedélzeti adatainak inverziójához

A felszíni topográfai tömegek helyi hozzájárulása az Eötvös-tenzor T_{zz} eleméhez.

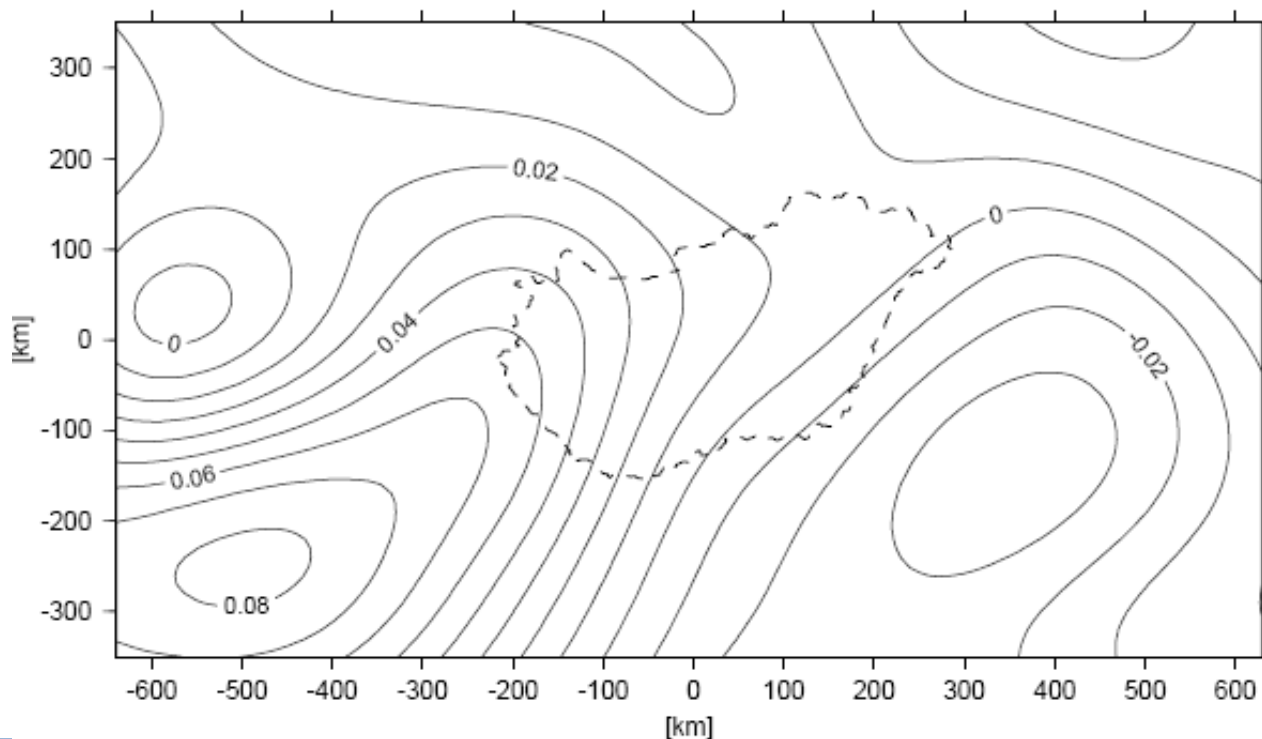
Térfogatelem: prizma



➤ Gravitációs modellezés

- Erőtér szimuláció a GOCE (Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer) gradiométer műhold fedélzeti adatainak inverziójához

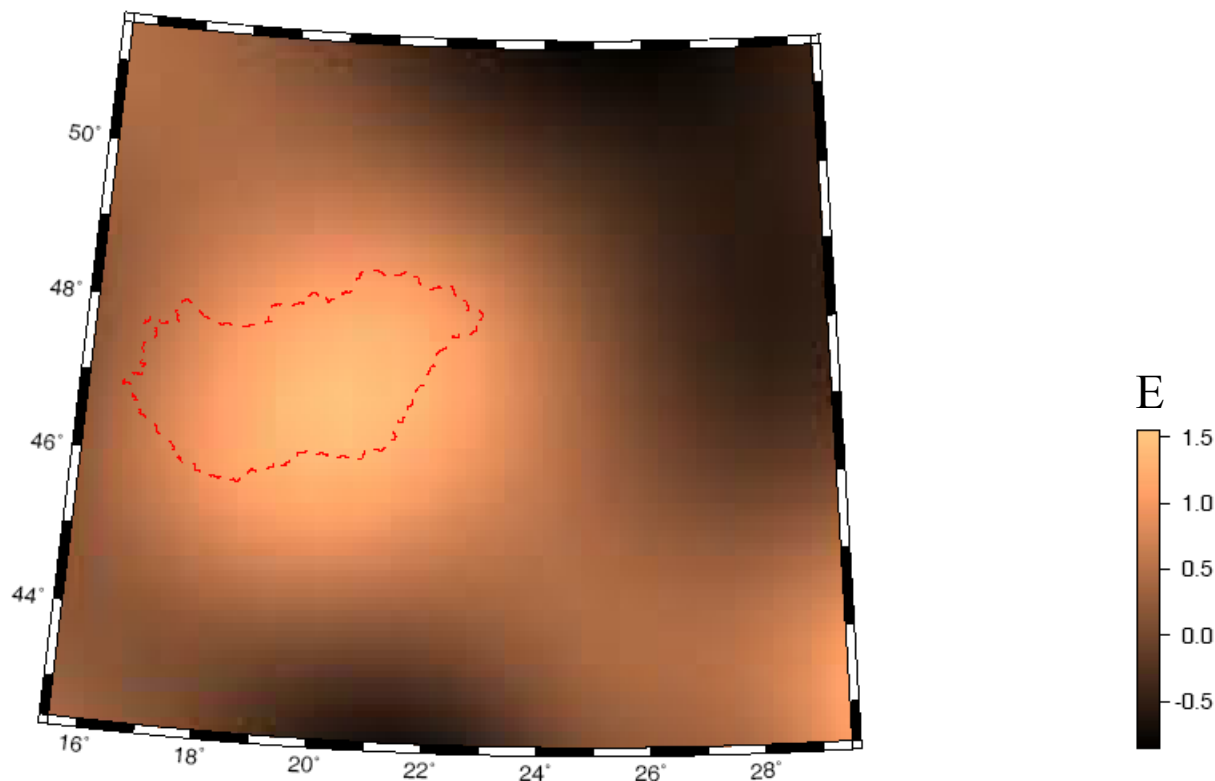
A lokális és globális rendszerekben számított felszíni topográfiai tömegek helyi T_{zz} hozzájárulásainak különbsége ($T_{zz}(\text{prizma}) - T_{zz}(\text{poliéder})$). Szintvonalköz: 0.01 E



➤ Gravitációs modellezés

- Erőtér szimuláció a GOCE (Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer) gradiométer műhold fedélzeti adatainak inverziójához

A felső köpeny (Moho felület) helyi hozzájárulása az Eötvös-tenzor T_{zz} eleméhez globális rendszerben számolva

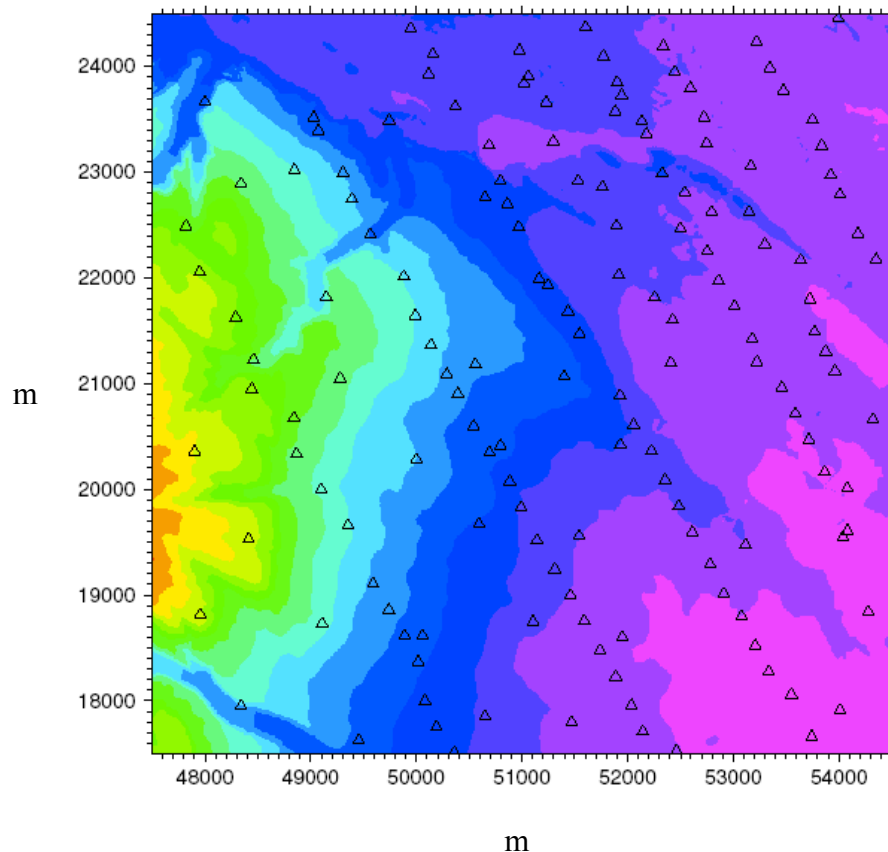


➤ Poliéder modell elemszámának optimalizálása

Horizontális kiterjedés: 7 km x 7 km

Horizontális felbontás: 10m (~1 M elemi poliéder)

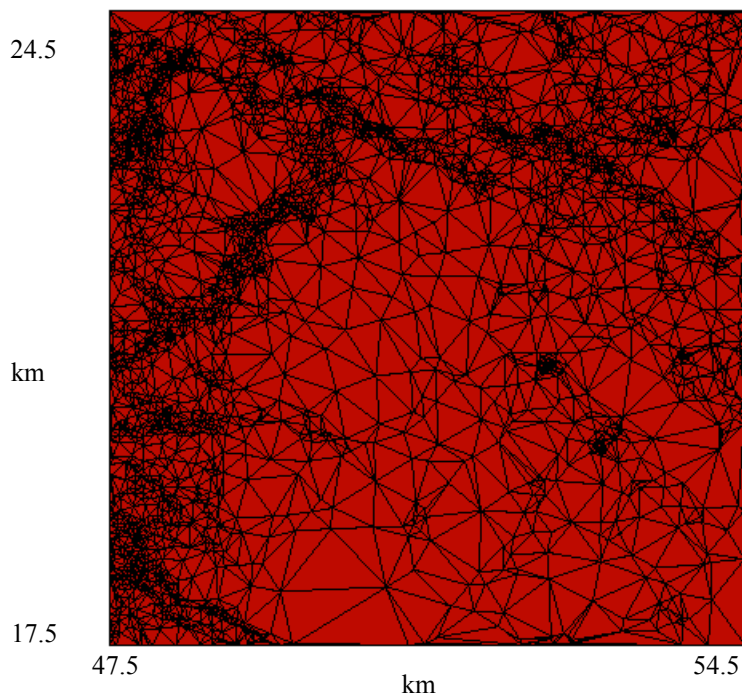
151 Eötvös-inga mérési pont



✦ Poliéder modell elemszámának optimalizálása

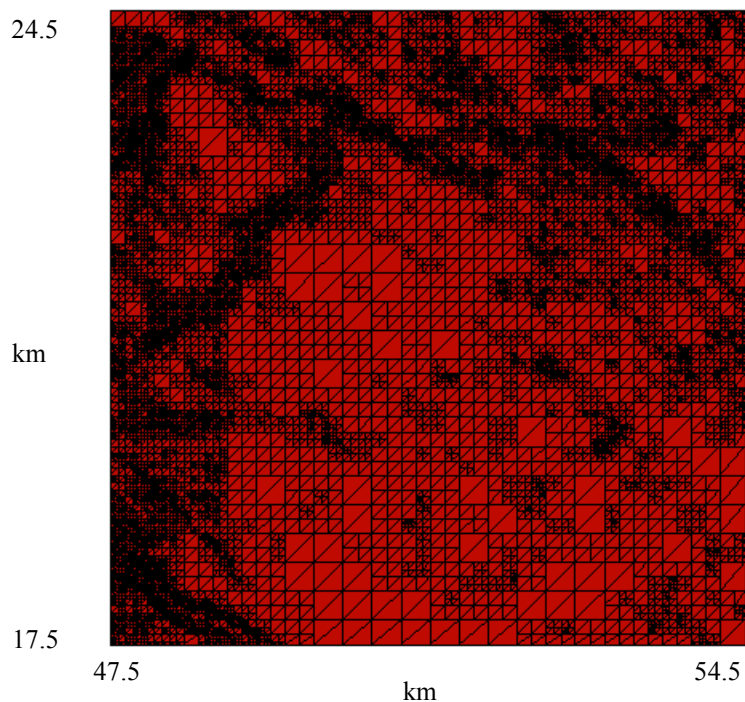
Horizontális kiterjedés: 7 km x 7 km

Horizontális felbontás: 10m (~1 M elemi poliéder)



Poliéderek száma: 6740 (0.007%)

Hibahatár: 1m

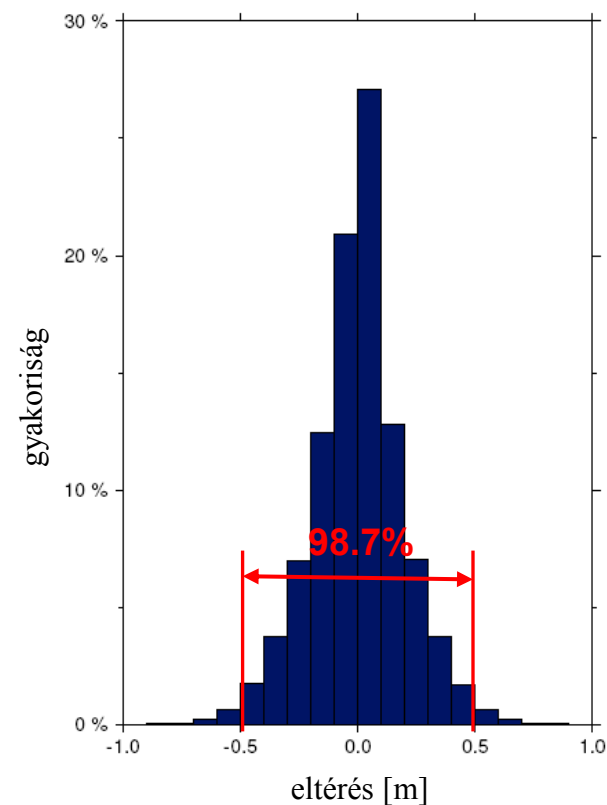
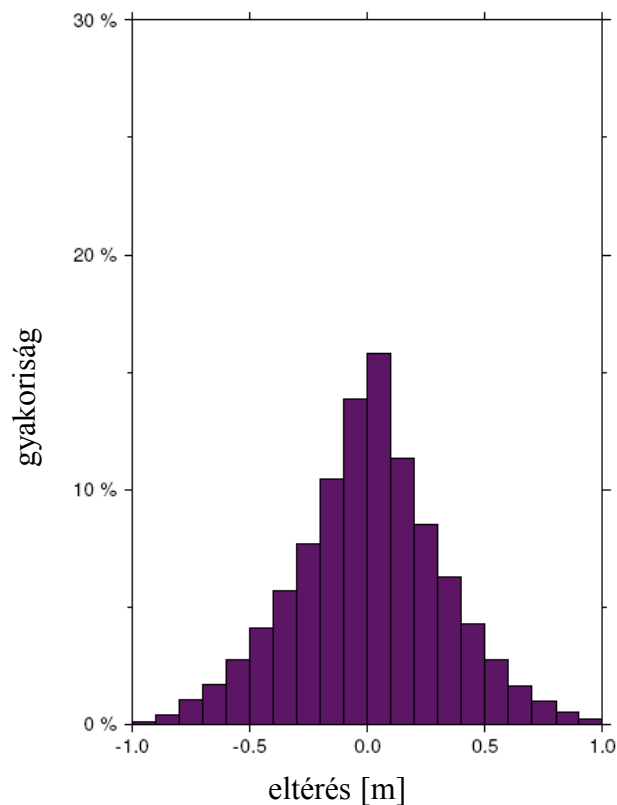


Poliéderek száma: 35250 (0.04%)

✦ Poliéder modell elemszámának optimalizálása

Horizontális kiterjedés: 7 km x 7 km

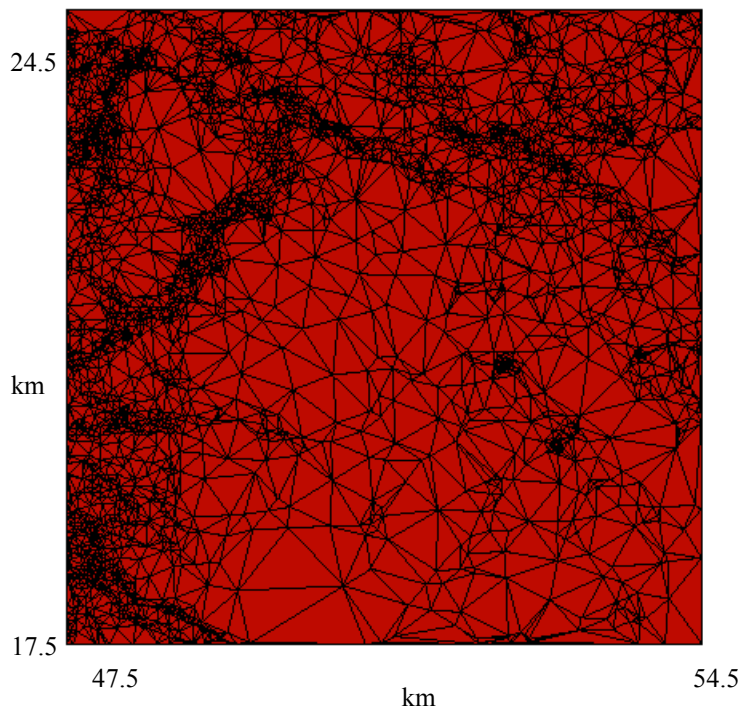
Horizontális felbontás: 10m (~1 M elemi poliéder)



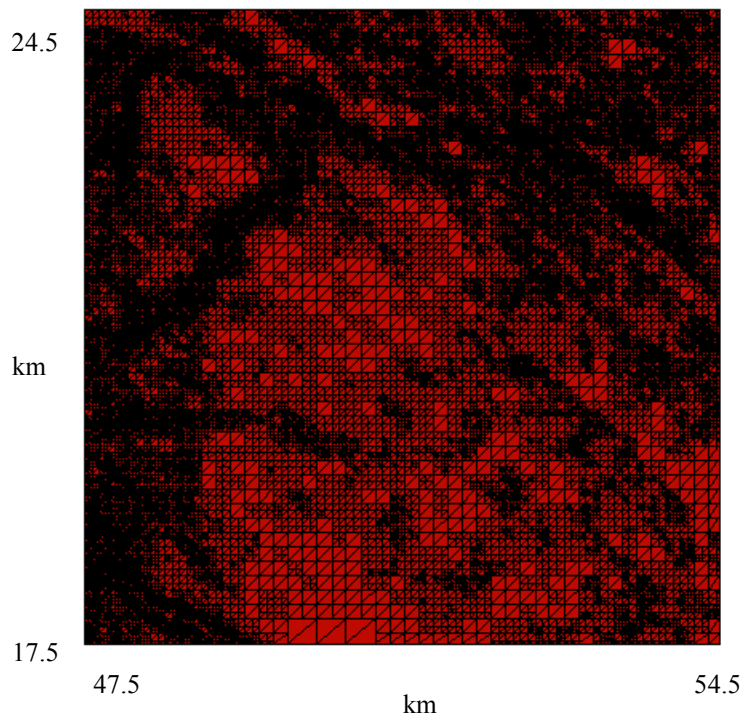
✦ Poliéder modell elemszámának optimalizálása

Horizontális kiterjedés: 7 km x 7 km

Horizontális felbontás: 10m (~1 M elemi poliéder)



Poliéderek száma: 13100 (0.01%)



Hibahatár: 0.5 m

Poliéderek száma: 108850 (0.11%)

**Köszönöm a
figyelmet!**